

অনুশীলনী ৪.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

সূত্র ৫ : $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 $= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$

সূত্র ৬ : $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
 $= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

সূত্র ৭ : $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

সূত্র ৮ : $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

অনুসিদ্ধান্ত ৭. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

অনুসিদ্ধান্ত ৮. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

পাঠভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৪.২ : ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

১. $a = 2, b = -1$ হলে $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

K 0 ● 1 M 2 N 3

২. $a^3 + b^3 =$ কত? (সহজ)

● $(a + b)^3 - 3ab(a + b)$ L $(a - b)^3 + 3ab(a + b)$
M $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$ N $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

৩. $a - b$ এর ঘনফল নিচের কোনটি? (সহজ)

K $a^3 - b^3 + 3ab(a - b)$ ● $a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
M $a^3 + 3a^2b - 3ab^2 + b^3$ N $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

৪. $a^3 - b^3 =$ কত? (সহজ)

K $(a + b)^3 - 3ab(a + b)$ L $(a + b)^3 - 3ab(a - b)$
● $(a - b)^3 + 3ab(a - b)$ N $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

৫. $a = 2, b = -1$ হলে $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নিচের কোনটি? (সহজ)

● 1 L -1 M 2 N -2

৬. $x - 1 = 1$ এবং $xy = 30$ হলে, $x^3 - y^3$ এর মান কত? (মধ্যম)

K 81 ● 91 M 100 N 110

ব্যাখ্যা : $x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$

$$= (1)^3 + 3 \times 30 \times 1 = 1 + 90 = 91$$

৭. $x + y = 3$ হলে, $x^3 + y^3 + 9xy$ এর মান কত? (মধ্যম)

K 3 L 9 M 18 ● 27

৮. $a = 5$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

K 338 ● 336 M 334 N 332

ব্যাখ্যা : $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$

$$= (a)^3 + 3.a^2.2 + 3.a.(2)^2 + (2)^3 - 7$$

$$= (a + 2)^3 - 7 = (5 + 2)^3 - 7 = (7)^3 - 7 = 343 - 7 = 336$$

৯. $p + \frac{1}{p} = 2$ হলে $\left(p^3 - \frac{1}{p^3}\right) \left(p^3 + \frac{1}{p^3}\right)$ এর মান কোনটি? (মধ্যম)

● 0 L 2 M 32 N 40

১০. $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2$ কত? (মধ্যম)

K $3\sqrt{3}$ ● 2 M $2 + \sqrt{3}$ N $3\sqrt{2}$

ব্যাখ্যা : $x^3 + \frac{1}{x^3} + 2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x} + 2$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3.1.\sqrt{3} + 2 = \sqrt{3} - \sqrt{3} + 2 = 2$$

১১. $4x - 3 = 5$ হলে $64x^3 - 27 - 180x$ এর মান কত? (মধ্যম)

● 125 L 110 M 75 N 25

১২. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$ হলে, $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

K $(\sqrt{3})^3 + \sqrt{3}$ L $(\sqrt{3})^3 - 3$

M $\sqrt{3} + 3$ N 0

১৩. $x = 2a - 3b$ এবং $a = 2, b = 1$ হলে, x^3 এর মান কত?

K 3 L 2 ● 1 N 4

১৪. $3a - \frac{3}{a} = 6$ হলে, $a - \frac{1}{a}$ এর মান কত?

K 3 ● 2 M 4 N 5

১৫. $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 - \frac{1}{a^3} =$ কত?

K 18 L 27 ● 36 N 45

১৬. $x + y = 3, x - y = 2$ হলে $x^3 + y^3$ এর মান কত?

K $18 - 9xy$ L $18 + 9xy$ ● $\frac{63}{4}$ N $27 +$

$3xy$

১৭. $(a + b)^3$ এর আকার নিচের কোনটি?

K $3(a + b)$ L $(a + b)(a - b)^2$

M $3(a + b)(a + b)$ ● $(a + b)(a + b)^2$

১৮. $a + b = 10, ab = 16$ হলে $a^3 + b^3 =$ কত?

K 620 ● 520 M 420 N 320

১৯. $a + \frac{1}{a} = 3$ হলে $a^3 + \frac{1}{a^3} =$ কত?

K 8 L 10 M 15 ● 18

২০. $x - \frac{1}{x} = 1$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3} =$ কত?

K 6 L 7 M 8 ● 4

ব্যাখ্যা : $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 1^3 + 3 \cdot 1 \cdot$

$1 = 1 + 3 = 4$

২১. $a - b = 10$ এবং $ab = 30$ হলে, $2(a^3 - b^3) =$ কত?

K 380 L 400 ● 3800 N 4000

⚠️ ⚠️ বহুপদী সমাপ্তিসূচক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২২. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

ii. $(a - b)^3 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$

iii. $a - b = 3$ এবং $ab = 1$ হলে $a^3 - b^3 = 27$

নিচের কোনটি সঠিক? (সহজ)

● i ও ii L ii ও iii M i ও iii N i, ii ও iii

ব্যাখ্যা : i. তথ্যানুসারে সঠিক

ii. ডানপক্ষ = $(a - b)(a^2 - 2ab + b^2)$

= $(a - b)(a - b)^2 = (a - b)^3$

= বামপক্ষ সূত্রাং, প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক।

iii. $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) = 3^3 + 3 \times (-1) \times 3$

= $27 - 9 = 18$ সূত্রাং প্রদত্ত উক্তিটি সঠিক নয়।

২৩. $(a - b)^3$ এর সমান —

i. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 + 3ab(a - b)$

ii. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

iii. $(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$

নিচের কোনটি সঠিক?

K i ও ii ● ii ও iii M i ও iii N i, ii ও iii

□ □ অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$x + y = 2$ হলে

২৪. $x^3 + y^3 + 6xy$ এর মান নিচের কোনটি? (মধ্যম)

K 2 L 4 M 6 ● 8

ব্যাখ্যা : $x^3 + y^3 + 6xy = x^3 + y^3 + 3(x + y) \times xy$

= $x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$

= $(x + y)^3 = (2)^3 = 8$

২৫. $xy = 1$ হলে $x^3 + y^3 =$ কত? (মধ্যম)

● 2 L 4 M 6 N 7

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$a - \frac{1}{a} = 4$ এবং $a - \frac{1}{a} = 3$ হলে—

২৬. $a - \frac{1}{a}$ এর ঘন এর মান কত?

K 36 L 54 M 9 ● 27

ব্যাখ্যা : $\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 = (3)^3 = 27$

২৭. $a^3 + \frac{1}{a^3}$ এর মান নিচের কোনটি?

K 66 L 54 M 56 ● 52

ব্যাখ্যা : $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$

= $4^3 - 3 \cdot 1 \cdot 4 = 64 - 12 = 52$

৪০৩ : ঘনফলের সাথে সম্পৃক্ত আরও দুইটি সূত্র

□ □ সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

২৮. $a^3 + b^3$ সমান কোনটি? (সহজ)

● $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ L $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$

M $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$ N $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

২৯. $a^3 - b^3 =$ কত? (সহজ)

K $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$ ● $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

M $(a + b)(a^2 + ab + b^2)$ N $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

৩০. $a = 1, b = -1$ হলে $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$ এর মান কত? (মধ্যম)

K 1 ● 2 M 3 N 4

ব্যাখ্যা : $(a^2 + b^2)(a^4 - a^2b^2 + b^4)$

$= (a^2 + b^2)\{(a^2)^2 - a^2 \cdot b^2 + (b^2)^2\}$

$= (a^2)^3 + (b^2)^3 = a^6 + b^6 = 1^6 + (-1)^6 = 1 + 1 = 2$

2

৩১. $a = 4$ এবং $b = 1$ হলে, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ এর মান কত?

K 65 L 64 ● 63 N 62

৩২. $a = 4$ হলে, $8a^3 + 6a^2 + 6a + 1$ এর মান কত?

K 216 ● 633 M 512 N 729

৩৩. নিচের কোনটি $a^3 - b^3$ এর মান?

K $(a - b)^3$ ● $(a - b)^3 + 3ab(a - b)$

M $(a - b)^3 - 3ab(a - b)$ N $(a + b)^3 + 3ab(a + b)$

৩৪. $3x + \frac{1}{2x} = 3$ হলে, $27x^3 + \frac{1}{8x^3} =$ কত?

৩৫. $a + b = 4$ হলে $a^3 + b^3 + 12ab$ এর মান নিচের কোনটি?

K 12 L 25 ● 64 N 128

৩৬. $\sqrt{7}$ এর ঘন কত?

K $4\sqrt{7}$ ● $7\sqrt{7}$ M $8\sqrt{7}$ N $10\sqrt{7}$

৪০. $a^3 + b^3$ এর মান নিচের কোনটি?

● $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ L $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$

M $(a + b)^3 + 3ab(a + b)$ N $(a - b)(a^2 - ab + b^2)$

৪১. $x = 7$ হলে, $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ এর মান কত?

K 242 L 422 ● 622 N 722

৪২. $a - b = 4$ এবং $ab = 0$ হলে $a^3 - b^3$ এর মান কত?

K 4 L 16 ● 64 N 76

৪৩. $a^3 - b^3 = 27, a - b = 3$ হলে, $ab =$ কত?

K 6 L 3 M 1 ● 0

ব্যাখ্যা : $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

বা, $27 = 3^3 + 3ab \times 3$

K $\frac{9}{8}$ L $-\frac{9}{8}$ ● $\frac{27}{2}$ N $-\frac{27}{8}$

বহুপদী সমান্তরিতক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

৩৫. নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. $(x + a)(x^2 - ax + a^2) = x^3 + a^3$

ii. $(x - a)(x^2 + ax + a^2) = x^3 - a^3$

iii. $x^3 - 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$

নিচের কোনটি সঠিক?

(সহজ)

● i ও ii L i ও iii M ii ও iii N i, ii ও iii

অভিন্ন তথ্যভিত্তিক বহুনির্বাচনি প্রশ্নোত্তর

■ নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$x^2 + 2, a^2 + b^2, x^4 - 2x^2 + 4, a^4 - a^2b^2 + b^4$ চারটি বীজগণিতীয় রাশি।

৩৬. $x = 1$ হলে ১ম ও ৩য় রাশির গুণফলের মান কত? (সহজ)

K 3 L 6 ● 9 N 11

ব্যাখ্যা : $x = 1$ হলে, $x^6 + 8 = (1)^6 + 8 = 9$

৩৭. $a = -1, b = 1$ হলে, ২য় ও ৪র্থ রাশির গুণফলের মান নিচের কোনটি? (সহজ)

K 1 ● 2 M 3 N 4

ব্যাখ্যা : $a = 1, b = -1$ হলে, $a^6 + b^6 = (1)^6 + (-1)^6 = 1 + 1 = 2$

বা, $27 = 27 + 9ab$

বা, $9ab = 0$

∴ $ab = 0$

৪৪. $x - y = 3$ হলে, $x^3 - y^3 - 9xy$ এর মান কত?

K 9 L 18 ● 27 N 36

৪৫. $(-8)^3 = ?$

K 24 L -24 ● -512 N 512

৪৬. $3x + 2y = 13$ এবং $xy = 6$ হলে, $27x^3 + 8y^3$ এর মান কত?

● 793 L 1365 M 1443 N 3601

৪৭. $p - \frac{1}{p} = 3$ হলে, $p^3 - \frac{1}{p^3}$ এর মান কত?

K 18 L 33 ● 36 N 63

৪৮. $\sqrt{5}$ এর ঘন কোনটি?

K 5 ● $5\sqrt{5}$ M $3\sqrt{5}$ N $25\sqrt{5}$

৪৯. $x + y = \sqrt{5}$ এবং $xy = \sqrt{2}$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান কত?

K $\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$ L $2\sqrt{5} - \sqrt{10}$

● $5\sqrt{5} - 3\sqrt{10}$ N $5\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

৫০. $x = 7$ হলে, $x^3 + 6x^2 + 12x + 1$ এর মান কত?

● 722 L 622 M 422 N 242

৫১. $x^2 + 2x + 1 = 0$ হলে,

i. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 2$ ii. $x^3 + \frac{1}{x^3} = -2$

iii. $x^2 - \frac{1}{x^2} = 0$

নিচের কোনটি সঠিক?

● i ও ii L i ও iii M ii ও iii N i, ii ও iii

$x - \frac{1}{x} = 2$ হলে, নিচের ১৫-১৭নং প্রশ্নের উত্তর দাও :

৫২. $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

K 0 L 4 M 6 ● 8

৫৩. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

● 14 L 12 M 8 N 2

৫৪. উপরের তথ্য থেকে পাওয়া যাবে—

i. $x^2 - 2x - 1 = 0$ ii. $x = 1 \pm \sqrt{2}$

iii. x একটি ধ্রুব রাশি

নিচের কোনটি সঠিক?

K i ও ii L ii ও iii M i ও iii ● i, ii ও iii

$x^2 + 1 = 2x$ সমীকরণটির আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

৫৫. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নিচের কোনটি?

● 0 L 1 M 2 N 4

৫৬. $\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$ এর মান নিচের কোনটি?

K 1 ● 2 M 3 N 4

নিচের তথ্যের আলোকে প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

$p + q = 3$ এবং $p - q = 2$ হলে—

৫৭. $p^3 + q^3$ এর মান কত?

● $27 - 9pq$ L $27 + 9pq$ M $18 - 9pq$ N $18 + 9pq$

৫৮. pq এর মান কত?

K $\frac{9}{5}$ L $\frac{5}{9}$ M $\frac{4}{5}$ ● $\frac{5}{4}$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

■ $a + \frac{1}{a} = 2$ একটি বীজগণিতীয় সমীকরণ, যেখানে $a > 0$

ক. দেখাও যে, $a^2 - 2a + 1 = 0$ ২

খ. $a^2 - \frac{1}{a^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = a^4 + \frac{1}{a^4}$ ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

বা, $\frac{a^2 + 1}{a} = 2$

বা, $a^2 + 1 = 2a$

∴ $a^2 - 2a + 1 = 0$ (দেখানো হলো)

খ. দেওয়া আছে, $a + \frac{1}{a} = 2$

বা, $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (2)^2$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{1}{a} = 4$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 4 = 4$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 4 - 4$

বা, $\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 = 0$

∴ $\left(a - \frac{1}{a}\right) = 0$

এখন, $a^2 - \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) = 2 \cdot 0 = 0$

∴ $a^2 - \frac{1}{a^2} = 0$.

গ. বামপক্ষ = $a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right)$

= $(2)^3 - 3 \cdot 2 = 8 - 6 = 2$

ডানপক্ষ = $a^4 + \frac{1}{a^4} = (a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2}$

= $\left\{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 \cdot a \cdot \frac{1}{a}\right\}^2 - 2 = \{(2)^2 - 2\}^2 - 2$

$$= (4 - 2)^2 - 2 = (2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = a^4 + \frac{1}{a^4} \text{ (প্রমাণিত)}$$

$$b^2 - 2b - 1 = 0 \text{ এবং } b \text{ ধনাত্মক।}$$

$$\text{ক. } b - \frac{1}{b} \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. } \left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right) \left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right) \text{ এর মান কত?} \quad ৪$$

$$\text{গ. দেখাও যে, } \frac{b^4 - 1}{b^2} = 4\sqrt{2}. \quad ৪$$

▶◀ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } b^2 - 2b - 1 = 0$$

$$\text{বা, } b^2 - 1 = 2b$$

$$\text{বা, } \frac{b^2 - 1}{b} = 2$$

$$\text{বা, } \frac{b^2}{b} - \frac{1}{b} = 2$$

$$\therefore b - \frac{1}{b} = 2 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ. এখন, } \left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right) = \left(b - \frac{1}{b}\right)^2 + 2 \cdot b \cdot \frac{1}{b}$$

$$= (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

$$\text{এবং } \left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right) = \left(b - \frac{1}{b}\right)^3 + 3 \cdot b \cdot \frac{1}{b} \left(b - \frac{1}{b}\right)$$

$$= (2)^3 + 3 \cdot 2 = 8 + 6 = 14$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশিমালা} = \left(b^2 + \frac{1}{b^2}\right) \left(b^3 - \frac{1}{b^3}\right)$$

$$= 6 \times 14 = 84 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. ক থেকে পাই, } b - \frac{1}{b} = 2$$

$$\text{বা, } \left(b - \frac{1}{b}\right)^2 = 4$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 - 4 \cdot b \cdot \frac{1}{b} = 4$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 4 + 4$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right)^2 = 8$$

$$\text{বা, } \left(b + \frac{1}{b}\right) = 2\sqrt{2}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{b^4 - 1}{b^2} = \frac{b^4}{b^2} - \frac{1}{b^2} = b^2 - \frac{1}{b^2} = \left(b + \frac{1}{b}\right) \left(b - \frac{1}{b}\right)$$

$$= 2\sqrt{2} \times 2 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 4\sqrt{2} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{b^4 - 1}{b^2} = 4\sqrt{2} \text{ (দেখানো হলো)}$$

$x + y, x - y$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

$$\text{ক. } x - y = 3 \text{ এবং } xy = 1 \text{ হলে, } x^3 - y^3 \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. } x + y = 3 \text{ হলে দেখাও যে, } x^3 + y^3 + 9xy = 27 \quad ৪$$

$$\text{গ. } x = 3 \text{ হলে } (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) = \text{কত?} \quad ৪$$

▶◀ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } x - y = 3, \text{ এবং } xy = 1$$

$$\therefore x^3 - y^3 = (x - y)^3 + 3xy(x - y)$$

$$= (3)^3 + 3 \times 1 \times 3 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 27 + 9 = 36 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ. দেওয়া আছে, } x + y = 3$$

$$\text{বামপক্ষ} = x^3 + y^3 + 9xy$$

$$= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 9xy$$

$$= (3)^3 - 3xy \times 3 + 9xy$$

$$= 27 - 9xy + 9xy$$

$$= 27 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^3 + y^3 + 9xy = 27 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{গ. প্রদত্ত রাশি} = (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$$

$$= (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x + y)(x - y)$$

$$\text{ধরি, } x - y = a \text{ এবং } x + y = b$$

$$x - y = a$$

$$x + y = b$$

$$2x = a + b$$

$$\text{প্রদত্ত রাশিমালা} = a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = (a + b)^3$$

$$= (x - y + x + y)^3 \text{ [a ও b মান বসিয়ে]}$$

$$= (2x)^3 = 8x^3$$

$$= 8 \times (3)^3 \quad \text{[যখন } x = 3]$$

$$= 8 \times 27 = 216$$

$$\therefore (x - y)^3 + (x + y)^3 + 6x(x^2 - y^2) = 216 \text{ (Ans.)}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \quad 3x - \frac{3}{x} = 2 \text{ হলে -}$$

$$\text{ক. } x - \frac{1}{x} \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad ২$$

$$\text{খ. } 27x^3 - \frac{27}{x^3} \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \quad ৪$$

$$\text{গ. দেখাও যে, } 27 \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 26\sqrt{10} \quad ৪$$

▶▶ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $3x - \frac{3}{x} = 2$

বা, $3\left(x - \frac{1}{x}\right) = 2$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $3x - \frac{3}{x} = 2$

প্রদত্তরাশি = $27x^3 - \frac{27}{x^3} = (3x)^3 - \left(\frac{3}{x}\right)^3$
 $= \left(3x - \frac{3}{x}\right)^3 + 3.3x.\frac{3}{x}\left(3x - \frac{3}{x}\right)$
 $= (2)^3 + 27.2$ [মান বসিয়ে]
 $= 8 + 54 = 62$ (Ans.)

গ. 'ক' হতে পাই, $x - \frac{1}{x} = \frac{2}{3}$

আমরা জানি, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4x.\frac{1}{x}$
 $= \left(\frac{2}{3}\right)^2 + 4 = \frac{4}{9} + 4$
 $= \frac{4 + 36}{9} = \frac{40}{9}$

$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{\frac{40}{9}} = \frac{2\sqrt{10}}{3}$

বামপক্ষ = $27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 27\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3.x.\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)\right\}$
 $= 27\left\{\left(\frac{2\sqrt{10}}{3}\right)^3 - 3.1.\frac{2\sqrt{10}}{3}\right\}$ [মান বসিয়ে]
 $= 27\left(\frac{80\sqrt{10}}{27} - 2\sqrt{10}\right)$
 $= 27\sqrt{10}\left(\frac{80}{27} - 2\right) = 27\sqrt{10}\left(\frac{80 - 54}{27}\right)$
 $= 27\sqrt{10} \times \frac{26}{27} = 26\sqrt{10} = \text{ডানপক্ষ}$
 $\therefore 27\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = 26\sqrt{10}$ [দেখানো হলো]

■ x, x + y, x - \frac{1}{x} তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. x = 1 হলে, $27x^3 + 54x^2 + 36x + 3$ এর মান কত?

২

খ. $x - \frac{1}{x} = 5$ হলে, $x^3 - \frac{1}{x^3}$ = কত?

৪

গ. $x + y = 3$ হলে দেখাও যে, $x^3 + y^3 + 9xy = 27$ ৪

▶▶ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $27x^3 + 54x^2 + 36x + 3$
 $= (3x)^3 + 3.9x^2.2 + 3.3x.2^2 + 2^3 - 5$
 $= (3x + 2)^3 - 5$
 $= (3.1 + 2)^3 - 5$ [x এর মান বসিয়ে]
 $= 5^3 - 5$
 $= 125 - 5$
 $= 120$ (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 5$

$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)$
 $= 4^3 + 3.5 = 64 + 15 = 79$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$

বামপক্ষ = $x^3 + y^3 + 9xy$
 $= x^3 + y^3 + 3.3xy$
 $= x^3 + y^3 + 3(x + y)xy$
 $= x^3 + y^3 + 3xy(x + y)$
 $= (x + y)^3 = 3^3 = 27 = \text{ডানপক্ষ}$
 $\therefore x^3 + y^3 + 9xy = 27$ (দেখানো হলো)

$a + b = 3, a - b = 5, ab = 2$ এবং $a^2 + b^2 = c^2$

ক. $a^3 + b^3 =$ কত? ২

খ. $a^6 - b^6$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6$ ৪

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $a + b = 3$

$\therefore a^3 + b^3 = (a)^3 + (b)^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$
 $= 3^3 - 3.2.3$ [$\because ab = 2$]
 $= 27 - 18 = 9$ (Ans.)

খ. প্রদত্ত রাশি = $a^6 - b^6 = (a^3)^2 - (b^3)^2$
 $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3)$
 $= (a^3 + b^3)\{(a - b)^3 + 3ab(a - b)\}$
 $= 9 \times \{(5)^3 + 3.2.5\}$ ['ক' হতে, $a^3 + b^3 = 9$]
 $= 9 \times \{125 + 30\} = 9 \times 155 = 1395$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $a^2 + b^2 = c^2$ বামপক্ষ = $a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2$
 $= (a^2)^3 + (b^2)^3 + 3a^2b^2c^2$
 $= (a^2 + b^2)^3 - 3a^2b^2.(a^2 + b^2) + 3a^2b^2c^2$

$$= (c^2)^3 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$$

$$= c^6 - 3a^2b^2c^2 + 3a^2b^2c^2$$

$$= c^6 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^6 + b^6 + 3a^2b^2c^2 = c^6 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\boxed{} \quad x + \frac{1}{x} = 3 \text{ হলে}$$

ক. $x - \frac{1}{x} =$ কত? ২

খ. দেখাও যে, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$ ৪

গ. $x^6 - \frac{1}{x^6}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\text{আমরা জানি, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= 3^2 - 4 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 9 - 4 = 5$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

খ. সমাধান 'ক' হতে পাই, $x - \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (\sqrt{5})^3 \text{ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) = 5\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x^3 - \frac{1}{x^3} - 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} = 5\sqrt{5} \left[\because x - \frac{1}{x} = \sqrt{5} \right]$$

$$\text{বা, } x^3 - \frac{1}{x^3} = 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$$

$$\therefore x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (3)^3 \text{ [উভয়পক্ষকে ঘন করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 27$$

$$\text{বা, } x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27$$

$$\text{বা, } x^3 + \frac{1}{x^3} = 27 - 9 = 18$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

আবার, সমাধান 'খ' হতে পাই, $x^3 - \frac{1}{x^3} = 8\sqrt{5}$

$$\therefore x^6 - \frac{1}{x^6} = (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^3}\right)^2 = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= 18 \times 8\sqrt{5} = 144\sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

$$\boxed{} \quad x + \frac{1}{x} = 3 \text{ হলে,}$$

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x - \frac{1}{x}$ এর বর্গের মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $\frac{x^6 + 1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $x + \frac{1}{x} = 3$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (3)^2 - 2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7 \text{ (Ans.)}$$

খ. $x - \frac{1}{x}$ এর বর্গ হচ্ছে

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (3)^2 - 4 \cdot 1 = 9 - 4 = 5 \text{ (Ans.)}$$

গ. $\frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (3)^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27 - 9 = 18 \text{ (Ans.)}$$

$$\boxed{} \quad a^2 - 6a + 1 = 0 \text{ হলে,}$$

ক. $a + \frac{1}{a} =$ কত? ২

খ. দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = 198$ ৪

গ. $\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $a^2 - 6a + 1 = 0$
বা, $a^2 + 1 = 6a$

$$\text{বা, } \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{6a}{a} \text{ [a দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 6 \text{ (Ans.)}$$

$$\text{খ. বামপক্ষ} = a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a}\left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$= (6)^3 - 3.6 \text{ [ক হতে]}$$

$$= 216 - 18 = 198 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore a^3 + \frac{1}{a^3} = 198 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\text{গ. ক হতে পাই, } a + \frac{1}{a} = 6$$

$$\text{বা, } \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (6)^2$$

$$\text{বা, } a^2 + 2a.\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} = 36$$

$$\text{বা, } a^2 + \frac{1}{a^2} = 36 - 2$$

$$\text{বা, } \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = (34)^2$$

$$\text{বা, } (a^2)^2 + 2.a^2.\frac{1}{a^2} + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 1156$$

$$\text{বা, } a^4 + \frac{1}{a^4} = 1156 - 2$$

$$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = 1154 \text{ (Ans.)}$$

$$2x + \frac{2}{x} = 5 \text{ হলে,}$$

$$\text{ক. } 2x - \frac{2}{x} = \text{কত?} \quad ২$$

$$\text{খ. দেখাও যে, } 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63. \quad ৪$$

$$\text{গ. প্রমাণ কর যে, } 63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right) = 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right). \quad ৪$$

▶◀ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } 2x + \frac{2}{x} = 5$$

$$\text{বা, } 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{আমরা জানি, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4.x.\frac{1}{x} \\ &= \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4 = \frac{25}{4} - 4 = \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\text{বা, } x - \frac{1}{x} = \pm \frac{3}{2}$$

$$\text{বা, } 2x - \frac{2}{x} = \pm \frac{3 \times 2}{2}$$

$$\therefore 2x - \frac{2}{x} = \pm 3 \text{ (Ans.)}$$

$$\begin{aligned} \text{খ. বামপক্ষ} &= 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) \\ &= 8\left\{\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3.x.\frac{1}{x}\left(x - \frac{1}{x}\right)\right\} \\ &= 8\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^3 + 3 \times \frac{3}{2}\right\} \\ &= 8\left(\frac{27}{8} + \frac{9}{2}\right) = 8\left(\frac{27+36}{8}\right) = 8 \times \frac{63}{8} = 63 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \end{aligned}$$

$$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

$$\begin{aligned} \text{গ. বামপক্ষ} &= 63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right) \\ &= 63\left\{(2x)^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^3\right\} \\ &= 63\left\{\left(2x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3.2x.\frac{2}{x}\left(2x + \frac{2}{x}\right)\right\} \\ &= 63(5^3 - 12 \times 5) \\ &= 63(125 - 60) = 63 \times 65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ডানপক্ষ} &= 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right) = 65\left\{(2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3\right\} \\ &= 65\left\{\left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3.2x.\frac{2}{x}\left(2x - \frac{2}{x}\right)\right\} \\ &= 65 \times (3^3 + 12 \times 3) \\ &= 65(27 + 36) = 65 \times 63 \end{aligned}$$

$$\text{অর্থাৎ } 63\left(8x^3 + \frac{8}{x^3}\right) = 65\left(8x^3 - \frac{8}{x^3}\right) \text{ (প্রমাণিত)}$$

উত্তরসহ সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\text{ক. } x + \frac{1}{x} \text{ এর মান কত?} \quad ২$$

খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 62$ ৪

উত্তর : ক. 4, খ. 52

$x + y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে

ক. $(x + y)^3$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $x^3 + y^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^3 + y^3 + 4(x - y)^2 - 3(x^2 + y^2) = 0$

৪

উত্তর : ক. 125, খ. 35

a এবং x দুইটি বাস্তব সংখ্যা ($a > x$) যাদের সমষ্টি,

অন্তরফল ও গুণফল যথাক্রমে 10, 8 ও 9.

ক. শর্তযুক্ত সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. $a^3 + x^3$ ও $a^3 - x^3$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. $(x + a)(x^2 - ax + a^2)(x - a)(x^2 + ax + a^2) =$ কত?

৪

উত্তর : খ. 730; 728; গ. -531440.

a একটি বাস্তব সংখ্যা যার মান $a^2 - 2a + 1 = 0$

সমীকরণ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। a এর মান নির্ণয় না করে।

ক. $a + \frac{1}{a}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, $a^3 + \frac{1}{a^3} = a + \frac{1}{a}$ ৪

গ. দেখাও যে, $a^6 + \frac{1}{a^6} = a^3 + \frac{1}{a^3} = a + \frac{1}{a}$. ৪

উত্তর : ক. 2