

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  এবং  $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix}$  হলে প্রমাণ কর

যে,  $(AB)C = A(BC)$ .

খ.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  হলে  $A^2 - 4A - 5I$  নির্ণয় কর,

যেখানে  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

গ. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3-1 & y^3-1 & z^3-1 \end{vmatrix} = (xyz-1)(x-y)(y-z)(z-x)$ .

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. Mathematics শব্দটির বর্ণগুলোকে কত প্রকারে সাজানো যায় তা বের কর এবং এদের কতগুলোতে স্বরবর্ণগুলো একত্রে থাকবে?

খ. ৯ ব্যক্তির একটি দল দুইটি যানবাহনে ভ্রমণ করবে, যার একটিতে সাতজনের বেশি এবং অন্যটিতে চার জনের বেশি ধরে না। দলটি কত প্রকারে ভ্রমণ করতে পারবে?

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু M. ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$ .

খ.  $\vec{A} = \hat{i} - 2\hat{j} - 2\hat{k}$  এবং  $\vec{B} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  ভেক্টর দুইটির অন্তর্গত কোণ নির্ণয় কর।  $\vec{A}$  ভেক্টর বরাবর  $\vec{B}$  ভেক্টরের উপাংশ এবং অভিক্ষেপ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এদের সাংখ্যিক মান সমান।

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর, যার অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী খণ্ডিত অংশ  $(-4, 3)$  বিন্দুতে 5 : 3 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত হয়।

খ. দুটি সরলরেখা  $(6, 7)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $3x + 4y = 11$  রেখার সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং তাদের সমীকরণ থেকে দেখাও যে, তারা পরস্পর লম্বভাবে অবস্থান করে।

গ.  $x = 0$ ,  $y = 0$  এবং  $x = a$  রেখা তিনটিকে স্পর্শ করে এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

ঘ.  $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$  বৃত্তের স্পর্শক অক্ষ দুটি হতে একই চিহ্নবিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $y = \cos^2 x$  এর লেখচিত্র অংকন কর, যেখানে  $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$

খ.  $\cot A + \cot B + \cot C = 0$  হলে প্রমাণ কর যে,  $(\Sigma \tan A)^2 = \Sigma \tan^2 A$ .

গ.  $\tan \theta + \sin \theta = m$  এবং  $\tan \theta - \sin \theta = n$  হলে প্রমাণ কর যে,  $m^2 - n^2 = 4\sqrt{mn}$ .

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. যদি  $\cot \alpha + \cot \beta = a$ ,  $\tan \alpha + \tan \beta = b$  এবং  $\alpha + \beta = \theta$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $(a-b)\tan \theta = ab$

খ. যদি  $A + B + C = \pi$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$\cos A + \cos B + \cos C = 1 + 4 \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

গ. ABC ত্রিভুজে প্রমাণ কর যে,  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ .

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক.  $f(x) = \cot^{-1}(1 + x + x^2)$  হলে প্রমাণ কর যে,

$$f(0) + 2f(1) + f(2) = \frac{\pi}{2}$$

খ.  $A = R - \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$ ,  $B = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ ,  $f: A \rightarrow B$  এবং

$f(x) = \frac{x-3}{2x+1}$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হয় তবে, ফাংশনটি এক-এক এবং সার্বিক কিনা কারণসহ উল্লেখ কর।  $f^{-1}$  নির্ণয় কর।

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. মান নির্ণয় কর:  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec^3 \theta - \tan^3 \theta}{\tan \theta}$ .

খ.  $x$  এর প্রেক্ষিতে অন্তরজ সহগ নির্ণয় কর (যে কোন দুইটি) :

$$(i) \frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x} \quad (ii) e^{\sqrt{\ln(\sin x)}} \quad (iii) \cos^{-1}(2x\sqrt{1-x^2})$$

গ.  $y = (p + qx)e^{-2x}$  হলে প্রমাণ কর যে,  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 4y = 0$

ঘ. যে কোন দুইটির সমাকলন কর :

$$(i) \int \frac{1}{1 + \tan x} dx \quad (ii) \int \frac{dx}{(x-3)\sqrt{x+1}} \quad (iii) \int \frac{xe^x dx}{(1+x)^2}$$

১. (খ)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

২. (ক) 4989600, 120960 (খ) 246

৩. (খ)  $\cos^{-1}\left(\frac{-4}{21}\right), -\frac{4}{3}\hat{A}, -\frac{4}{3}$

৪. (ক)  $9x - 20y + 96 = 0$  (খ)  $x - 7y + 43 = 0, 7x + y - 49 = 0$

(গ)  $x^2 + y^2 - ax \pm ay + \frac{1}{4}a^2 = 0$

(ঘ)  $x + y + 4 = 0, x + y - 8 = 0$

৭. (খ)  $f^{-1}(x) = \frac{x+3}{1-2x}$

৮. (ক)  $\frac{3}{2}$  (খ) (i)  $-2 \sin x$  (ii)  $\frac{e^{\sqrt{\ln(\sin x)}}}{2\sqrt{\ln(\sin x)}} \cot x$  (iii)  $-\frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

(ঘ) (i)  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \ln |\cos x + \sin x| + c$  (ii)  $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+1}+2} \right| + c$

(iii)  $\frac{e^x}{x+1} + c.$

## ৬৬. রাজউক উত্তরা মডেল কলেজ ঢাকা

বিষয় কোড : 

২	৬	৬
---	---	---

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তত্ত্বীয়) : দ্বিতীয় পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. (i) a, b বাস্তব সংখ্যা হলে, দেখাও যে,  $|a - b| \leq |a| + |b|$

(ii) সমাধান কর এবং সমাধান সেট সংখ্যারেখায় দেখাও :

$$\frac{1}{|3x-5|} \geq 2$$

খ. এককের জটিল ঘনমূল  $\omega$  এবং  $x + y + z = 0$  হলে প্রমাণ কর যে

$$(x + y\omega + z\omega^2)^3 + (x + y\omega^2 + z\omega)^3 = 27xyz$$

গ. (i)  $(x + iy)^{\frac{1}{3}} = p + qi$  হলে প্রমাণ কর যে  $(x - iy)^{\frac{1}{3}} = p - qi$

(ii) প্রমাণ কর  $\sqrt{3}$  অমূলদ সংখ্যা।

২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. দেখাও যে, a = b না হলে  $2x^2 - 2(a + b)x + a^2 + b^2 = 0$  সমীকরণটির মূলগুলো বাস্তব হতে পারে না।

খ. দেখাও যে,  $(1 - 4x)^{-\frac{1}{2}}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^r$  এর সহগ  $\frac{(2r)!}{(r!)^2}$

গ.  $ax^2 + bx + c = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়  $\alpha$  এবং  $\beta$  হলে  $\alpha^2 + \beta$  এবং  $\beta^2 + \alpha$  মূলবিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।

৩. একটি পানীয় তৈরি কারখানায় দুইটি শাখা I এবং II এর উভয়ই A, B এবং C তিন ধরনের পানীয় বোতলজাত করে। শাখা দুইটির দৈনিক উৎপাদন ক্ষমতা নিরূপ :  $৫$

শাখা	A প্রকারের পানীয়	B প্রকারের পানীয়	C প্রকারের পানীয়
I	3000	1000	2000
II	1000	1000	6000

A প্রকারের পানীয়ের মাসিক চাহিদা 24000 বোতল, B প্রকারের 16000 বোতল এবং C প্রকারের 48000 বোতল। I এবং II শাখার দৈনিক কার্যপরিচালনায় ব্যয় যথাক্রমে 600 টাকা ও 400 টাকা। মাসে

কারখানার কোন শাখা কত দিন চালু রাখলে তা সর্বনিম্ন কার্যপরিচালন ব্যয়ে পানীয়ের মাসিক চাহিদা পূরণ করতে পারবে?

অথবা, লেখচিত্রের সাহায্যে  $z = 2x - y$  এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর।

$$\text{যার সীমাবদ্ধতা : } x + y \leq 5$$

$$x + 2y \geq 8$$

$$x, y \geq 0$$

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $5x^2 + 15x - 10y - 4 = 0$  পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু, উপকেন্দ্র, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য এবং অক্ষরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. একটি উপবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{4}{5}$  এবং তা  $\left(\frac{10}{3}, \sqrt{5}\right)$  বিন্দু দিয়ে গমন করে। উপবৃত্তের অক্ষ দুইটিকে x ও y অক্ষ বরাবর হলে উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. একটি অধিবৃত্তের উপকেন্দ্র দুইটির দূরত্ব 16 একক এবং উৎকেন্দ্রিকতা  $\sqrt{2}$  এবং এর অক্ষ দুইটি স্থানাঙ্কের অক্ষ বরাবর। অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও :  $৫ \times ২ = ১০$

ক. প্রমাণ কর যে,  $\sin^{-1}\frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cos^{-1}\frac{5}{13} - \cot^{-1}2 = \tan^{-1}\frac{28}{29}$

খ. সমাধান কর :  $2 \sin x \sin 3x = 1$ ; যখন  $0 \leq x \leq 2\pi$

গ. (i) সমাধান কর :  $\tan x + \tan 2x + \sqrt{3} \tan x \tan 2x = \sqrt{3}$

(ii) প্রমাণ কর :  $\cot \cos^{-1} \sin \tan^{-1} \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$

৬. ক. লম্বাংশের উপপাদ্যটির বর্ণনা ও প্রমাণ দাও।  $৫$

খ. ACB একটি রশ্মির দুই প্রান্ত একই অনুভূমিক রেখার A এবং B বিন্দুতে আবদ্ধ আছে। রাশিটির C বিন্দুতে W ওজনের একটি বস্তুর

গিট দিয়ে বাঁধা আছে। ACB ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল  $\Delta$  দ্বারা সূচিত হলে দেখাও যে, রশ্মিটির CA অংশের টান  $\frac{wb}{4c\Delta}(c^2 + a^2 - b^2)$  ৫

অথবা,

ক. কোন দৃঢ় বস্তুর উপর একই সময় কার্যরত দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বলের লঙ্কির মান, দিক ও প্রয়োগ বিন্দুর অবস্থান নির্ণয় কর।

খ. ABC ত্রিভুজের BC, CA ও AB বাহু বরাবর যথাক্রমে l, BC, m, CA, n, AB মানের বলত্রয় ক্রিয়া করে। যদি  $l + m + n = 0$  হলে দেখাও যে এদের লঙ্কি ত্রিভুজটির ভরকেন্দ্রগামী।

৭. ক. সচরাচর সংকেতমালায় প্রমাণ কর যে,  $v = u - ft$  ৫

খ. একটি বস্তুর গতিবিধা থেকে একটি সরলরেখা বরাবর যাত্রা করে প্রথমে x সুষম ত্বরণে এবং পরে y সুষম মন্দনে চলে। যদি তা 4 মিনিট সময়ে যাত্রা বিন্দু থেকে 2 কি.মি. দূরত্বে গিয়ে থাকে, তবে প্রমাণ কর যে,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 4$ । ৫

অথবা,

ক. একটি বস্তু u আদিবেগে ভূমির সহিত  $\alpha$  কোণে নিক্ষেপ হলে উহার দীর্ঘতম পাল্লা এবং সর্বোচ্চ উচ্চতা নির্ণয় কর।

খ. একটি পাথর কুয়ার ভিতর ফেলার t সময় পরে পানিতে এর পতন শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ v এবং কুয়ার গভীরতা h হলে, প্রমাণ কর যে,  $h = \frac{gt^2}{2\left(1 + \frac{gt}{v}\right)}$ , যখন  $v \gg h$

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

ক. নিম্নোক্ত উপাত্তের জন্য পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় কর।

প্রাপ্ত নম্বর	31-40	41-50	51-60	61-70	71-80	81-90	91-100
ছাত্র	6	8	10	12	5	7	2
সংখ্যা							

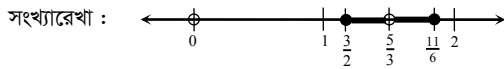
খ. একটি বাস্কে 3টি সাদা ও 2টি কালো বল আছে। অপর একটি বাস্কে 2টি সাদা ও 5টি কালো বল আছে। নিরপেক্ষভাবে প্রত্যেক বাস্ক হতে একটি করে বল তোলা হলে দুইটি বলের মধ্যে অন্ততঃ একটি সাদা হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

গ. 10 থেকে 30 পর্যন্ত সংখ্যাগুলি হতে যে কোন একটিকে ইচ্ছামত নিলে সেই সংখ্যাটি মৌলিক অথবা 5 এর গুণিতক হওয়ার সম্ভাব্যতা নির্ণয় কর।

১. (ক) (ii)  $\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{11}{6}$  এবং  $x \neq \frac{5}{3}$ ,

সমাধান সেট

$$S = \{x \in \mathbb{R} : \frac{3}{2} \leq x \leq \frac{11}{6} \text{ এবং } x \neq \frac{5}{3}\},$$



২. (গ)  $a^3x^2 - a(b^2 - 2ac - ab)x + ac^2 + a^2c - b^3 + 3abc = 0$

৩. I-শাখা মাসে 4 দিন, II-শাখা মাসে 12 দিন।

অথবা,  $Z_{\min} = -5$

৪. (ক)  $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{61}{40}\right); \left(-\frac{3}{2}, -\frac{41}{40}\right); 2; 2x + 3 = 0$

(খ)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  (গ)  $x^2 - y^2 = 32$

৫. (খ)  $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$

(গ) (i)  $x = \frac{n\pi}{3} + \frac{\pi}{9}$ , যখন n এর মান শূন্য বা যেকোনো পূর্ণ সংখ্যা।

৮. (ক) 16.72 ; 279.56; (খ)  $\frac{5}{7}$  (গ)  $\frac{11}{21}$

উত্তরমালা

## ৬৭. ভিকারননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড : 

২	৬	৫
---	---	---

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তৃতীয়) : প্রথম পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

ক. শূন্য ম্যাট্রিক্স কাকে বলে?

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix}$  হলে, দেখাও যে,  $A^2 + 2A - 11I$  একটি শূন্য ম্যাট্রিক্স।

খ. দেখাও যে,  $\begin{vmatrix} x & y & z \\ x^2 & y^2 & z^2 \\ x^3 - 1 & y^3 - 1 & z^3 - 1 \end{vmatrix} = (xyz - 1)(x - y)(y - z)(z - x)$

গ. যদি  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  হয়, তবে A এর বিপরীত ম্যাট্রিক্স নির্ণয় কর।

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ১ = ৫

ক. একজন সংকেত দাতার ছয়টি পতাকা আছে, যাদের 1টি সাদা, 2টি সবুজ ও 3টি লাল।

(i) তিনি একসঙ্গে ৬টি পতাকা ব্যবহার করে।

(ii) একসঙ্গে ৫টি পতাকা ব্যবহার করে কয়টি বিভিন্ন সংকেত দিতে পারবেন?

খ. "æDegree" অক্ষরগুলো থেকে যেকোন 4টি অক্ষর প্রত্যেকবার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে?

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক.  $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$ ,  $\vec{b} = -\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$  হলে  $\vec{b}$  ভেক্টরের উপর  $\vec{a}$  এর অভিক্ষেপ ও  $\vec{a}$  ভেক্টরের উপর  $\vec{b}$  এর অভিক্ষেপ নির্ণয় কর।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, যে কোন ত্রিভুজ ABC তে  $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ .

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. একটি সরলরেখা  $(-2, -5)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং  $x$  ও  $y$  অক্ষদ্বয়কে যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ছেদ করে যেন  $OA + 2.OB = 0$ .  
O মূলবিন্দু হলে, সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ. দুটি সরলরেখা  $(3, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $x - 2y = 3$  রেখার সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে। রেখা দুটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. একটি বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় করো যা  $y$  অক্ষকে  $(0, \sqrt{3})$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $(-1, 0)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। বৃত্তটির কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

ঘ.  $3x + by - 1 = 0$  রেখাটি  $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 4 = 0$  বৃত্তকে স্পর্শ করে।  $b$  এর মান নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. যদি  $\cos\theta - \sin\theta = \sqrt{2} \sin\theta$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\cos\theta + \sin\theta = \sqrt{2} \cos\theta$ .

খ. প্রমাণ কর যে,  $\frac{1}{\sin 10^\circ} - \frac{\sqrt{3}}{\cos 10^\circ} = 4$ .

গ. লেখচিত্র,  $y = \sin 2x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ .

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. যদি  $A + B + C = \pi$  হয়, প্রমাণ কর যে,  $\sin(B + C - A) + \sin(C + A - B) + \sin(A + B - C) = 4\sin A \sin B \sin C$ .

খ. প্রমাণ কর যে,  $16 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{14\pi}{15} = 1$ .

গ. যদি একটি ত্রিভুজে  $a^4 + b^4 + c^4 = 2c^2(a^2 + b^2)$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $c = 45^\circ$  বা,  $135^\circ$ .

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. (i)  $A = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$  ও  $f: A \rightarrow R$  ফাংশনটি  $f(x) = x^2 + 2x + 3$  দ্বারা সূচিত হলে  $f$  এর রেঞ্জ নির্ণয় কর।

(ii)  $f: R \rightarrow R$  ফাংশনটির সংজ্ঞা নিরূপণ:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1; & x > 3 \\ x^2 - 2; & -2 \leq x \leq 3 \\ 2x + 3; & x < -2 \end{cases}$$

মান নির্ণয় কর: (i)  $f(2)$ , (ii)  $f(4)$ , (iii)  $f(-3)$

খ. (i)  $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  হলে প্রমাণ কর যে,  $f(\cos\theta) = \tan^2 \frac{\theta}{2}$

(ii)  $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx-a}$  হলে  $f^{-1}(y)$  নির্ণয় কর।

প্রমাণ কর যে,  $f^{-1}(x) = f(x)$ .

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. মূল নিয়মে  $x$  এর সাপেক্ষে  $e^{mx}$  এর অন্তরক সহগ নির্ণয় কর।  $৫$

খ.  $x$  এর সাপেক্ষে অন্তরক সহগ নির্ণয় কর। (যে কোন ২টি)

$$২ \times ২ \frac{১}{২} = ৫$$

(i)  $\sin^2(\ln x^2)$ ; (ii)  $\tan^{-1} \frac{a+bx}{a-bx}$ ; (iii)  $\tan(\sin^{-1} x)$

গ.  $y = x^2 + \sqrt{1-x^2}$  বক্ররেখাটি উপর যে সব বিন্দুতে স্পর্শক  $x$  অক্ষের উপর লম্ব তাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

ঘ. যে কোন ২টি যোগজ নির্ণয় কর।  $২ \times ২ \frac{১}{২} = ৫$

$$(i) \int \frac{x^2 \tan^{-1} x^3}{1+x^6} dx; \quad (ii) \int \frac{1}{1+3\cos^2\theta} d\theta;$$

$$(iii) \int_0^1 x^3 \sqrt{1+3x^3} dx$$

উত্তরমালা

১. (গ)  $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & -\frac{1}{6} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$

২. (ক) (i) 60 (ii) 60 (খ) 7

৩. (ক)  $\frac{9}{\sqrt{6}}$ ,  $-\frac{9}{\sqrt{14}}$

৪. (ক)  $x - 2y = 8$  (খ)  $3x - y - 7 = 0$ ,  $x + 3y - 9 = 0$

(গ)  $x^2 + y^2 + 4x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$ ;  $(-2, \sqrt{3})$ ; 2 একক।

(ঘ) 2 অথবা,  $-\frac{1}{6}$

৭. (ক) (i)  $\{3, 11, 27\}$  (ii) i.  $f(2) = 2$ , ii.  $f(4) = 11$ , iii.  $f(-3) = -3$

(খ) (ii)  $f^{-1}(y) = \frac{ay+b}{cy-a}$

৮. (ক)  $me^{mx}$  (খ) (i)  $\frac{2}{x} \sin(4 \ln x)$  (ii)  $\frac{ab}{a^2 + b^2 x^2}$  (iii)  $(1-x^2)^{-3/2}$

(গ)  $(-1, 1)$ ,  $(1, 1)$

(ঘ) (i)  $\frac{1}{6} (\tan^{-1} x^3)^2 + c$  (ii)  $\frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{\tan\theta}{2} \right) + c$  (iii)  $\frac{7}{18}$

৬৮. ভিকারননিসা নূন স্কুল এন্ড কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড : ২ ৬ ৬

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তৃতীয়) : দ্বিতীয় পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. প্রমাণ কর :  $|a| + |b| \geq |a + b|$
- খ. যদি হয়,  $(aw^2 + b + cw)^3 + (aw + b + cw^2)^3 = 0$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $a = \frac{1}{2}(b + c)$  বা  $b = \frac{1}{2}(c + a)$ , বা  $c = \frac{1}{2}(a + b)$
- গ. যদি  $(1 + x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$  হয়, তবে দেখাও যে,  $(a_0 - a_2 + a_4 - \dots)^2 + (a_1 - a_3 + a_5 - \dots)^2 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_n$
২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. যদি  $px^2 + qx + r = 0$  এর একটি মূল  $rx^2 + qx + p = 0$  এর একটি মূলের দ্বিগুণ হয়, তাহলে দেখাও যে,  $2p = r$  অথবা,  $(2p + r)^2 = 2q^2$
- খ.  $27x^2 + 6x - (m + 2) = 0$  সমীকরণটির একটির মূল অপরের বর্গ হলে,  $m$  এর মান নির্ণয় কর।
- গ. যদি  $(a + 3x)^n$  এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে  $b, \frac{21}{2}bx$  এবং  $\frac{189}{4}bx^2$  হয় তাহলে  $a, b$  এবং  $n$  এর মান বের কর।

খ-বিভাগ: জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. উপকেন্দ্র  $(0, 0)$  এবং শীর্ষ  $(-2, -1)$  বিন্দুতে। নিয়ামক রেখা ও পরাবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।
- খ.  $\frac{4}{5}$  উৎকেন্দ্রিকতা বিশিষ্ট ও  $(\frac{10}{3}, \sqrt{5})$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রমকারী উপবৃত্তের অক্ষ দুইটি স্থানাঙ্কের অক্ষদ্বয়ের উপর অবস্থিত। উপবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।
- গ. দেখাও যে,  $x^2 - 8y^2 = 2$  অধিবৃত্তের নিয়ামকের সমীকরণ  $3x = \pm 4$  এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য  $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. প্রমাণ কর যে,
- (i)  $\sin^{-1}(\sqrt{2} \sin \theta) + \sin^{-1}(\sqrt{\cos 2\theta}) = \frac{\pi}{2}$
- (ii)  $\sin^2\left(\cos^{-1}\frac{1}{3}\right) - \cos^2\left(\sin^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2}{9}$
- খ. সমাধান নির্ণয় কর:  $4\sin\theta \cos\theta = 1 - 2\sin\theta + 2\cos\theta; 0 < \theta < \pi$
- গ. সমাধান কর :  $4\cos x \cos 2x \cos 3x = 1$ ; যখন  $0 < x < \pi$

ঘ-বিভাগ: স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা

৫. ক. বলের ত্রিভুজ সূত্র বর্ণনাসহ প্রমাণ কর।  $৫$
- খ. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত  $P$  ও  $Q$  মানের দুইটি বলের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে এক তৃতীয়াংশে বিভক্ত করে। দেখাও যে, তাদের

অন্তর্গত কোণের পরিমাণ  $3\cos^{-1}\frac{P}{2Q}$  এবং লব্ধির মান  $\frac{P^2 - Q^2}{Q}$ ,  $P > Q$

$৫$

অথবা,

- ক. দুইটি অসদৃশ, অসমান সমান্তরাল বলের লব্ধির মান, দিক ও ক্রিয়ারেখা নির্ণয় কর।
- খ. ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র O একটি বল P, AO বরাবর ক্রিয়ারত। দেখাও যে, B ও C বিন্দুতে P এর সমান্তরাল উপাংশদ্বয়ের অনুপাত  $\sin 2B \text{ \& } \sin 2C$
৬. ক. সচরাচর সংকেতমালায় প্রমাণ কর যে,  $v^2 = u^2 + 2fs$ .  $৫$
- খ. দুইটি কণা একই সরলরেখায় যথাক্রমে a এবং b সমত্বরণে চলছে। ঐ সরলরেখার কোনো নির্দিষ্ট বিন্দু হতে যখন তাদের দূরত্ব x এবং y, তখন তাদের বেগ যথাক্রমে u এবং v, দেখাও যে, তারা দুইবারের অধিক মিলিত হতে পারে না। যদি তারা দুইবার মিলিত হয়, তবে তাদের মিলিত হবার সময়ের পার্থক্য  $\frac{2}{a-b}$
- $\sqrt{(u-v)^2 - 2(x-y)(a-b)}$ .  $৫$

অথবা,

- ক. প্রমাণ কর যে, উল্লম্ব তলে প্রক্ষিপ্ত কোনো কণার গতিপথের সমীকরণ  $y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right)$
- খ. একটি টাওয়ারের চূড়া হতে একখণ্ড পাথর x মিটার নিচে নামার পর অপর একখণ্ড পাথর চূড়ার y মিটার নিচে হতে ফেলে দেয়া হল। যদি উভয়েই স্থিরাবস্থা হতে পড়ে এবং একই সঙ্গে ভূমিতে পতিত হয়, তবে দেখাও যে, টাওয়ারের উচ্চতা  $\frac{(x+y)^2}{4x}$  মিটার।

ঙ-বিভাগ: যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

৭. নিচের যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রামকে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর :  $৫$
- সর্বোচ্চকরণ কর :  $Z = 2x + y$
- যেখানে  $x + 2y \leq 10$ ,  $x + y \leq 6$ ,  $x - y \leq 2$ ,  $x - 2y \leq 10$ ,  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$
- অথবা,

একজন লোক সর্বাধিক 2000 টাকা ব্যয়ে কয়েকটি কাপ ও প্লেট কিনতে চান। প্রতি কাপের দাম 120 টাকা ও প্লেটের দাম 80 টাকা। অনুন 3টি প্লেট ও অনধিক 6টি কাপ কেনার শর্তে ঐ টাকায় কোন প্রকারের কতগুলো জিনিস কিনলে তিনি মোট সর্বাধিক জিনিস কিনতে পারবেন?

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. নিচের তথ্য হতে

সাপ্তাহিক আয় (টাকায়)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
শ্রমিকদের	5	10	15	20	10	5

সংখ্যা						
--------	--	--	--	--	--	--

পরিমিত ব্যবধান এবং ভেদাংক নির্ণয় কর।

- খ. 800 জন পরীক্ষার্থীর মধ্যে 160 জন ইংরেজীতে, 80 জন পরিসংখ্যানে এবং 40 জন উভয় বিষয়ে ফেল করে। একজন পরীক্ষার্থী দৈবভাবে নেয়া হলো। সম্ভাবনা নির্ণয় কর যে, পরীক্ষার্থী
- (i) ইংরেজীতে ফেল কিন্তু পরিসংখ্যানে পাশ

(ii) কেবল এক বিষয়ে পাশ

(iii) বড়জোর এক বিষয়ে পাশ

- গ. একটি পাত্রে 4টি লাল বল ও 6টি কালো বল আছে। পাত্র হতে দুইটি বল দৈবভাবে উঠানো হলে বল দুইটি

(i) কালো

(ii) একই রঙের

(iii) ভিন্ন রঙের হওয়ার সম্ভাবনা কত?

উত্তরমালা

২. (খ)  $m = 6, -1$  (গ)  $a = 2, b = 128, n = 7$

৩. (ক)  $2x + y + 10 = 0; (x - 2y)^2 - 40x - 20y - 100 = 0$

(খ)  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

৪. (খ)  $\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}$  (গ)  $\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{8}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$

৭.  $Z_{\max} = 10$  অথবা, 2টি কাপ ও 22টি প্লেট

৮. (ক) পরিমিত ব্যবধান = 13.3678, ভেদাঙ্ক = 178.70

(খ) (i)  $\frac{3}{20}$  (ii)  $\frac{1}{5}$  (iii)  $\frac{1}{4}$

(গ) (i)  $\frac{1}{3}$  (ii)  $\frac{7}{15}$  (iii)  $\frac{8}{15}$

### ৬৯. নটর ডেম কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড : 

২	৬	৫
---	---	---

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তৃতীয়) : প্রথম পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

#### ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $A^3$  নির্ণয় কর, যেখানে,  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

খ. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ca \\ ab & c^2 + a^2 & bc \\ ca & bc & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$

গ. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} (b+c)^2 & a^2 & a^2 \\ b^2 & (c+a)^2 & b^2 \\ c^2 & c^2 & (a+b)^2 \end{vmatrix} = 2abc(a+b+c)^3$

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. গণিতের 5 খানা, পদার্থ বিজ্ঞানের 3 খানা ও রসায়ন বিজ্ঞানের 2 খানা পুস্তককে একটি তাকে কত প্রকারে সাজানো যেতে পারে যাতে একই বিষয়ের পুস্তকগুলো একত্রে থাকে?

খ. 'DEGREE' শব্দটির বর্ণগুলো হতে 4টি বর্ণের কতগুলো শব্দ গঠন করা যাবে?

#### খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. কোন ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুগুলোর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে

$\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}, 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}, 3\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}$  হলে ত্রিভুজটির বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

খ. ভেক্টরের সাহায্যে দেখাও যে, ত্রিভুজ ABC-এ,  
 $a = b \cos C + c \cos B$ .

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. ABC ত্রিভুজের BC, CA, AB বাহুত্রয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে (1, 2), (4, 4), (2, 8)। বাহুগুলোর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ.  $y = 2x + 1$  এবং  $2y - x = 4$  রেখাদ্বয়ের অন্তর্গত সূক্ষ্ম কোণের সমদ্বিখণ্ডকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. একটি ত্রিভুজের দুইটি শীর্ষ A(3, -1) ও B(-2, 3)। ত্রিভুজটির লম্বকেন্দ্র মূলবিন্দু হলে, তৃতীয় শীর্ষের স্থানাংক নির্ণয় কর।

ঘ.  $\frac{1}{2}\sqrt{10}$  ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি বৃত্ত, (1, 1) বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং বৃত্তটির কেন্দ্র  $y = 3x - 7$  রেখার উপর অবস্থিত। বৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

#### গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $\operatorname{cosec} A + \operatorname{cosec} B + \operatorname{cosec} C = 0$  হলে দেখাও যে,  
 $(\sum \sin A)^2 = \sum \sin^2 A$

খ. লেখচিত্র অঙ্কন কর :  $y = \sin^2 x$  যেখানে,  $-\pi \leq x \leq \pi$

গ. একটি গাড়ির চাকা 200 বার আবর্তিত হয়ে 800 মিটার অতিক্রম করে। চাকার ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. প্রমাণ কর যে,  $\sin 5\theta = 16 \sin^5 \theta - 20 \sin^3 \theta + 5 \sin \theta$

খ. দেখাও যে,  $\sin^3 A \sin 3A + \cos^3 A \cos 3A = \cos^3 2A$

গ. যে কোন ত্রিভুজ ABC-এ প্রমাণ কর যে,  $b = c \cos A + a \cos C$

#### ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$
- ক. (i)  $f: \mathbb{V} \rightarrow \mathbb{V}$  ফাংশনটি  $f(x) = x^2 + 1$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত হলে  $f^{-1} [5, 26]$  নির্ণয় কর।
- (ii)  $A = \mathbb{V} \setminus \{3\}$  এবং  $B = \mathbb{V} \setminus \{1\}$ ;  $f: A \rightarrow B$   $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$  সূত্র দ্বারা সংজ্ঞায়িত। দেখাও যে, ফাংশনটি এক-এক ও সার্বিক।
- খ. (i)  $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ ,  $f$  এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।
- (ii)  $f(x) = x^2 + 3x + 1$  এবং  $g(x) = 2x - 3$  হলে,  $(g \circ f)(2)$  এবং  $(f \circ g)(2)$  নির্ণয় কর।
৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$
- ক. (i) মূল নিয়মে  $x$  এর সাপেক্ষে  $\cot 3x$  এর অন্তরীকরণ কর।
- (ii) মান নির্ণয় কর  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec^3 \theta - \tan^3 \theta}{\tan \theta}$
- খ. (i) প্রমাণ কর যে,  $\frac{x}{\ln x}$  এর লঘুমান  $e$

- (ii)  $y = (x+1)(x-1)(x-3)$  বক্ররেখাটি যে যে বিন্দুতে  $x$  অক্ষকে ছেদ করে সেই বিন্দুতে অংকিত স্পর্শকের ঢাল নির্ণয় কর।
- গ. (i) যদি  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$  হয় তবে, প্রমাণ কর যে,  
 $(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2y = 0$
- (ii)  $y = (p+qx)e^{-2x}$  হলে প্রমাণ কর যে,  $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\left(\frac{dy}{dx}\right) + 4y = 0$
- ঘ. (i) যোগজ নির্ণয় কর:  $\int \sqrt{\frac{5-x}{5+x}} dx$ ,  $\int \frac{1}{(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} dx$
- (ii)  $x^2 = 4ay$  ও  $y^2 = 4ax$  বক্ররেখাদ্বয়ের অন্তর্গত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১. (ক)  $\begin{bmatrix} -11 & -4 \\ 12 & -7 \end{bmatrix}$
২. (ক) 8640 (খ) 7
৩. (ক)  $\sqrt{26}$ ,  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{30}$
৪. (ক)  $2x + y - 4 = 0$ ,  $6x - y - 20 = 0$ ,  $2x - 3y + 20 = 0$
- (খ)  $x + y - 3 = 0$ ,  $3x - 3y + 5 = 0$
- (গ)  $\left(-\frac{36}{7}, -\frac{45}{7}\right)$
- (ঘ)  $x^2 + y^2 - 5x - y + 4 = 0$

৫. (গ) 0.636 মিটার (প্রায়)
৭. (ক) (i)  $f^{-1} [5, 26] = \{x: -5 \leq x \leq -2 \text{ অথবা, } 2 \leq x \leq 5\}$
- (খ) (i) ডোম  $f = [-3, 3]$  এবং রেঞ্জ  $f = [0, 3]$
- (ii)  $(g \circ f)(2) = 19$ ,  $(f \circ g)(2) = 5$
৮. (ক) (i)  $-3 \operatorname{cosec}^2 3x$  (ii)  $\frac{3}{2}$  (খ) (i) 8, -4, 8
- (ঘ) (i)  $5 \sin^{-1} \frac{x}{5} + \sqrt{25-x^2} + c$ ,  $\frac{x}{a^2 \sqrt{a^2+x^2}} + c$
- (ii)  $\frac{16a^2}{3}$  বর্গ একক।

উত্তরমালা

৭০. নটর ডেম কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড: 

২	৬	৬
---	---	---

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তৃতীয়) : দ্বিতীয় পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্ব সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

ক-বিভাগ: স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা

১. নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. বলের লম্বাংশ উপপাদ্যটি বর্ণনাসহ প্রমাণ কর।
- খ. কোন বিন্দুতে ক্রিয়ারত  $P$  এবং  $Q$  মানের দুইটি বলের লব্ধি তাদের অন্তর্গত কোণকে এক তৃতীয়াংশে বিভক্ত করে। দেখাও যে, বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণের পরিমাণ  $3 \cos^{-1} \frac{P}{2Q}$  এবং লব্ধির মান  $\frac{P^2 - Q^2}{Q}$ , ( $P > Q$ )
- অথবা,
- ক. সাম্যাবস্থার ক্ষেত্রে বলের ত্রিভুজ সূত্রটি বিবৃত ও প্রমাণ কর।
- গ. কোন বিন্দুতে কার্যরত  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  মানের তিনটি বল সাম্যাবস্থায় আছে।  $P$  ও  $Q$  বলের মধ্যবর্তী কোণ  $P$  ও  $R$  এর মধ্যবর্তী কোণের দ্বিগুণ হলে, দেখাও যে,  $R^2 = Q(Q-P)$ ।
২. নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$
- ক. সচরাচর সংকেতমালায়  $v^2 = u^2 + 2fs$  সূত্রটি প্রতিষ্ঠা কর।

- খ. একটি ট্রেন দুটি স্টেশনের মধ্যবর্তী দূরত্বের প্রথম  $\frac{1}{m}$  অংশ সমত্বরণে ও শেষ  $\frac{1}{n}$  অংশ সমমন্দনে চলে। অবশিষ্ট অংশ সমবেগে চললে এবং গতিস্থির হতে স্থির হলে, দেখাও যে এর সর্বোচ্চ বেগ ও গড় বেগের অনুপাত  $\left\{1 + \frac{1}{m} + \frac{1}{n}\right\} : 1$ ।
- অথবা,
- ক. প্রমাণ কর যে, বায়ুহীন অবস্থায় অনুভূমিকের সাথে  $\alpha$  কোণে শূন্যে প্রক্ষিপ্ত বস্তুর অনুভূমিক পাল্লা  $R$  হলে, ইহার গতিপথের সমীকরণ  $y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right)$ ।
- খ.  $h$  উচ্চতা বিশিষ্ট একটি টাওয়ারের শীর্ষবিন্দু হতে অবাধে পড়ন্ত একখণ্ড পাথর  $x$  মিটার দূরত্বে নীচে পৌঁছিলে টাওয়ারের শীর্ষবিন্দুর  $y$  মিটার নিচে কোন বিন্দু থেকে আর একখণ্ড পাথর নিচে ফেলা হল। এরা একই সাথে ভূমিতে পড়লে দেখাও যে,

$h = \frac{(x+y)^2}{4x}$  মিটার।  
খ-বিভাগ: যোগাশয়ী প্রোগ্রাম  
৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$   
ক. যোগাশয়ী প্রোগ্রামটিকে লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর এবং  $z = 2x - y$  কে সর্বনিম্ন কর।  
শর্তগুলোঃ  $x + 2y \leq 8, 4x + 3y \geq 12, x + y \leq 5, x \geq 0, y \geq 0$ .  
খ. একজন ফল বিক্রেতা আম ও পেয়ারা বিক্রি করে। প্রতি বুড়ি আম ও পেয়ারার মূল্য যথাক্রমে 50 টাকা ও 25 টাকা। ঐ বিক্রেতা তার দোকানে 12টির বেশী বুড়ি রাখতে পারে না। প্রতি বুড়ি আম ও পেয়ারা বিক্রয়ে লাভ যথাক্রমে 10 টাকা ও 6 টাকা হলে 500 টাকা মূলধন ব্যয়ে কত বুড়ি আম ও পেয়ারা ক্রয় করলে ঐ বিক্রেতা সর্বোচ্চ লাভ করতে পারবে?

গ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
ক. একটি কলেজের একাদশ শ্রেণীর 40 জন ছাত্রের মধ্যে 20 জন ফুটবল খেলে, 25 জন ক্রিকেট খেলে এবং 10 জন ফুটবল ও ক্রিকেট খেলে। তাদের মধ্য থেকে একজনকে দৈবায়িত উপায়ে নির্বাচন করা হল। যদি ছেলেটি ফুটবল খেলে তবে তার ক্রিকেট খেলার সম্ভাবনা কত?  
খ. দুইটি অববর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্রটি লিখ ও প্রমাণ কর।  
গ. নিচের তথ্যসারি থেকে পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাংক নির্ণয় কর:

শ্রেণিব্যাপ্তি	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
গণসংখ্যা	7	10	15	13	9	6

ঘ-বিভাগ: বীজগণিত

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
ক. প্রমাণ কর,  $|a + b| \leq |a| + |b|$  যেখানে  $a, b \in \mathbb{R}$ .  
খ.  $-8 - 6\sqrt{-1}$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে,  $\left\{ \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right\}^n + \left\{ \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right\}^n = 2$   
যখন  $n$  এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য এবং  $-1$ , যখন  $n$  অপর কোন পূর্ণ সংখ্যা হয়।  
৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
ক.  $27x^2 + 6x - (p + 2) = 0$  সমীকরণটির একটি মূল অপরটির বর্গের সমান হলে  $p$  এর মান নির্ণয় কর।  
খ. যদি  $4x^2 - 6x + 1 = 0$  সমীকরণের মূল দুটি  $\alpha$  ও  $\beta$  হলে,  $\alpha + \frac{1}{\beta}$  এবং  $\beta + \frac{1}{\alpha}$  মূল বিশিষ্ট সমীকরণটি নির্ণয় কর।  
গ. যদি  $(a + 3x)^n$  এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে  $b, \frac{21}{2}bx$  ও  $\frac{189}{4}bx^2$  হয়, তাহলে  $a, b$  এবং  $n$  এর মান বের কর।

ঙ-বিভাগ: জ্যামিতি

৭. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
ক.  $y = ax^2 + bx + c$  পরাবৃত্তটির শীর্ষ  $(-2, 3)$  বিন্দুতে অবস্থিত এবং এটি  $(0, 5)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে।  $a, b, c$  এর মান নির্ণয় কর।  
খ. কোন উপবৃত্তের একটি উপকেন্দ্র ও অনুরূপ দিকাক্ষের মধ্যকার দূরত্ব 16 ইঞ্চি এবং তার উৎকেন্দ্রিকতা  $\frac{3}{5}$ ; উপবৃত্তের প্রধান অক্ষ দুইটির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।  
গ. অধিবৃত্তের অক্ষ দুইটিকে স্থানাঙ্কের অক্ষ ধরে এমন একটি অধিবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যার অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য 24 এবং উপকেন্দ্রের স্থানাঙ্ক  $(0, \pm 13)$ ।

চ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$   
ক. প্রমাণ করঃ  $\cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{5} + \tan^{-1} \frac{1}{3} = \tan^{-1} 2$ .  
খ. যদি  $\sin(\pi \cos \theta) = \cos(\pi \sin \theta)$  হয়, তবে দেখাও যে,  
 $\theta = \pm \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \frac{1}{2\sqrt{2}}$ .  
গ. সমাধান কর :  $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = 1$ . যখন  $0 < x < \pi$ .

উত্তরমালা  
৩. (ক)  $x = 0, y = 4, Z_{\min} = -4$   
(খ) আম 8 বুড়ি, পেয়ারা 4 বুড়ি।  
৪. (ক)  $\frac{1}{2}$  (গ) 7.38; 54.50  
৫. (খ)  $\pm(1 - 3i)$

৬. (ক) 6, -1 (খ)  $4x^2 - 30x + 25 = 0$  (গ) 2, 128 ও 7  
৭. (ক)  $\frac{1}{2}, 2, 5$  (খ) 30 ইঞ্চি ও 24 ইঞ্চি (গ)  $\frac{y^2}{25} - \frac{x^2}{144} = 1$   
৮. (গ)  $\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{8}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$



**ক-বিভাগ: বীজগণিত**

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  হলে,  $A^3 - 2A^2 + A - 2I$  নির্ণয় কর যেখানে

$$I_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

খ. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$

গ. উদাহরণসহ প্রতিসম ও অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স এর সংজ্ঞা দাও।

প্রমাণ কর যে,  $\begin{pmatrix} 0 & b-a & c-a \\ a-b & 0 & c-b \\ a-c & b-c & 0 \end{pmatrix}$  ব্যতিক্রমী ম্যাট্রিক্স।

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. প্রত্যেক অঙ্কে প্রত্যেকসংখ্যায় একবার মাত্র ব্যবহার করে 6, 5, 2, 3, 0 অঙ্কগুলো দ্বারা পাঁচ অঙ্কের কতকগুলো অর্থপূর্ণ বিজোড় সংখ্যা গঠন করা যায়?

খ. Degree শব্দটির অক্ষরগুলি থেকে যে কোনো 4টি অক্ষর প্রত্যেক বার নিয়ে কত প্রকারে বাছাই করা যেতে পারে?

**খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর**

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. একটি একক ভেক্টর নির্ণয় করা যা  $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  এবং  $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$  ভেক্টরের সমতলীয় এবং  $\vec{a}$  ভেক্টরের উপর লম্ব।

খ. ABC ত্রিভুজের BC বাহুর মধ্যবিন্দু D হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে দেখাও যে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ।

৪. যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. দুইটি সরলরেখা  $(-1, 2)$  বিন্দু দিয়ে যায় এবং  $3x - y + 7 = 0$  রেখার সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে; রেখাদুইটির সমীকরণ নির্ণয় কর এবং দেখাও যে, এরা পরস্পর লম্ব।

খ. দেখাও যে,  $(\sqrt{5}, 0)$  এবং  $(-\sqrt{5}, 0)$  বিন্দু থেকে  $2x \cos \alpha - 3y \sin \alpha = 6$  এর উপর লম্ব দূরত্বের গুণফল  $\alpha$  মুক্ত হবে।

গ. x অক্ষকে  $(4, 0)$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং y অক্ষ থেকে 6 একক দীর্ঘ জ্যা ছেদকারী বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর।

ঘ.  $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 2 = 0$  বৃত্তের স্পর্শক অক্ষ দুইটি হতে একই চিহ্নবিশিষ্ট সমমানের অংশ ছেদ করে। স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

**গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি**

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. একটি গাড়ি বৃত্তাকার পথে প্রতি সেকেন্ডে একটি বৃত্তচাপ অতিক্রম করে। যদি চাপটি কেন্দ্রে  $28^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে এবং বৃত্তের ব্যাস 60 মিটার হয়, তবে গাড়িটির গতিবেগ নির্ণয় কর।

খ. যদি  $\cos \alpha + \sec \alpha = \frac{5}{2}$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\cos^n \alpha + \sec^n \alpha = 2^n + 2^{-n}$ ।

গ.  $y = \cos 2x$ ,  $0 \leq x \leq 2\pi$  এর লেখচিত্র অংকন করে এর বৈশিষ্ট্যগুলি লিখ।

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. যদি  $A + B + C = \pi$  এবং  $\cos A = \cos B \cos C$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $\tan A = \tan B + \tan C$  এবং  $\cot B \cot C = \frac{1}{2}$

খ.  $A + B + C = \pi$  হলে, প্রমাণ কর যে,  $\sin(B + C - A) + \sin(C + A - B) + \sin(A + B - C) = 4 \sin A \sin B \sin C$ ।

গ. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রে প্রমাণ কর যে,  $a(\cos B + \cos C) = 2(b + c) \sin^2 \frac{A}{2}$

**ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস**

৭. যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক.  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ফাংশনটি  $f(x) = x^2$  দ্বারা সংজ্ঞায়িত।  $f^{-1}((-\infty, 0])$  ও  $f^{-1}([4, 25])$  নির্ণয় কর।

খ. যদি  $f(x) = \ln \sin x$  এবং  $\phi(x) = \ln \cos x$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $e^{2\phi(a)} - e^{2f(a)} = e^{\phi(2a)}$ ।

৮. যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. মূল নিয়মে x- এর সাপেক্ষে  $\cot ax$  এর অন্তরজ নির্ণয় কর।

খ.  $y(x-2)(x-3) - x + 7 = 0$  বক্ররেখাটি যে বিন্দুতে x- অক্ষকে ছেদ করে ঐ বিন্দুতে বক্ররেখাটির স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. x এর সাপেক্ষে অন্তরজ নির্ণয় কর: (যে কোন দুইটি)  $2^{\frac{1}{2}} \times 2 = ৫$

(i)  $\frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x}$ , (ii)  $x^x$ , (iii)  $\tan(\sin^{-1} x) - x$

(ঘ) যোগজীকরণ কর (যে কোন দুইটি) :  $2^{\frac{1}{2}} \times 2 = ৫$

(i)  $\int \frac{xe^x dx}{(1+x)^2}$  (ii)  $\int \frac{dx}{1 + \tan x}$  (iii)  $\int_0^1 x^3 \sqrt{1+3x^4} dx$

(iv)  $\int_0^4 y\sqrt{4-y} dy$

অথবা,  $x^2 + y^2 = a^2$  বক্ররেখাটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১. (ক)  $\begin{pmatrix} 5 & 15 & 10 \\ 10 & 0 & 15 \\ 5 & -5 & 5 \end{pmatrix}$

২. (ক) 36 (খ) 7

৩. (ক)  $\pm \frac{\hat{i} \pm 2\hat{j} - 2\hat{k}}{\sqrt{6}}$

৪. (ক)  $2x + y = 0, x - 2y + 5 = 0$

(গ)  $x^2 + y^2 - 8x \pm 10y + 16 = 0$

(ঘ)  $x + y + 4 = 0, x + y - 8 = 0$

৫. (ক) প্রতি ঘণ্টায় 26.39 কিলোমিটার (প্রায়)।

৭. (ক)  $\{0\}; \{x : 2 \leq x \leq 5, -5 \leq x \leq -2\}$

৮. (ক)  $-a \operatorname{cosec}^2 ax$  (খ)  $x - 20y = 7, 20x + y = 140$

(গ) (i)  $-2 \sin x$  (ii)  $x^x \cdot x^x [(1 + \ln x) \ln x + \frac{1}{x}]$

(iii)  $(1 - x^2)^{-3/2} - 1$

(ঘ) (i)  $\frac{e^x}{x+1} + c$  (ii)  $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \ln |\cos x + \sin x| + c$

(iii)  $\frac{7}{18}$  (iv)  $\frac{128}{15}$  অথবা,  $\pi a^2$

## ৭২. ঢাকা কলেজ, ঢাকা

বিষয় কোড : 

২	৬	৬
---	---	---

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তত্ত্বীয়) : দ্বিতীয় পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

### ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. প্রমাণ কর যে,  $|a + b| \leq |a| + |b|; \forall a, b \in \mathbb{R}$

খ.  $x \& y = a + ib \& c + id$  হলে দেখাও যে,  
 $(c^2 + d^2)x^2 - 2(ac + db)xy + (a^2 + b^2)y^2 = 0$

গ.  $-8 - 6\sqrt{-1}$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর।

২. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. যদি  $px^2 + qx + r = 0$  সমীকরণের মূলদ্বয়ের অনুপাত  $m \& n$  হয়,

তবে দেখাও যে,  $\sqrt{\frac{m}{n}} + \sqrt{\frac{n}{m}} + \sqrt{\frac{q}{p}} = 0$ ।

খ. প্রমাণ কর যে,  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{2n}$  এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদটি

$\frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{n!} (-2)^n$

গ.  $(1 - 5x + 6x^2)^{-1}$  এর বিস্তৃতিতে  $x^n$  এর সহগ নির্ণয় কর।

### খ-বিভাগ: জ্যামিতি

৩. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $(-1, 1)$  উপকেন্দ্র এবং  $x + y + 1 = 0$  দিকাক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর। উহার অক্ষের সমীকরণ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও এর সমীকরণ নির্ণয় কর।

খ.  $4x^2 + 5y^2 - 16x + 10y + 1 = 0$  উপবৃত্তটির উপকেন্দ্র দুইটি, উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য, উৎকেন্দ্রিকতা ও নিয়ামকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ. একটি অধিবৃত্ত  $(6, 4)$  ও  $(-3, 1)$  বিন্দু দিয়ে যায়। এর কেন্দ্র মূলবিন্দু এবং আড় অক্ষ  $x$  অক্ষ বরাবর হলে অধিবৃত্তটির সমীকরণ নির্ণয় কর।

### গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৪. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. প্রমাণ কর যে,  $2 \tan^{-1} \left\{ \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{\theta}{2} \right\} = \cos^{-1} \frac{b + a \cos \theta}{a + b \cos \theta}$

খ. সমাধান কর :  $\sin x + \cos x = \sin 2x + \cos 2x$

গ. সমাধান কর :  $4 \cos x \cos 2x \cos 3x = 1$ , যখন  $0 < x < \pi$

### ঘ-বিভাগ: বলবিদ্যা

৫. ক. বলের লম্বাংশ উপপাদ্যটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।  $৫$

খ. একটি হেলানো সমতলের ভূমি ও দৈর্ঘ্যের সমান্তরালে ক্রিয়াশীল যথাক্রমে P এবং Q মানের দুইটি পৃথক বল প্রত্যেকে W ওজনের কোন বস্তুকে তলের উপর স্থির রাখতে পারে। দেখাও যে,

$W = \frac{PQ}{\sqrt{P^2 - Q^2}}, P > Q$ ।  $৫$

অথবা, ক. কোন কঠিন বস্তুর উপর ক্রিয়াশীল দুইটি বিসদৃশ ও অসমান সমান্তরাল বলের লব্ধির মান ও প্রয়োগ বিন্দু নির্ণয় কর।

খ. দুইটি সদৃশ সমান্তরাল বল P, Q এর লব্ধি O বিন্দুতে ক্রিয়া করে। এদেরকে যথাক্রমে R ও S পরিমাণে বৃদ্ধি করলেও বলদ্বয়ের লব্ধি একই বিন্দুতে ক্রিয়া করে। বল দুইটিকে যথাক্রমে Q, R বল দ্বারা প্রতিস্থাপন করলেও লব্ধির অবস্থান অপরিবর্তিত থাকে। দেখাও

যে,  $S = R - \frac{(Q - R)^2}{P - Q}$

৬. ক. প্রমাণ কর যে,  $v^2 = u^2 + 2fs$ , যেখানে u, v, f ও s প্রচলিত অর্থ বহন করে।  $৫$

খ. একটি বস্তুকণা স্থিরাবস্থা থেকে একটি সরলরেখা বরাবর যাত্রা করে প্রথমে  $f_1$  সুযম ত্বরণে এবং পরে  $f_2$  সুযম মন্দনে চলে। যদি তা t সময়ে যাত্রাবিন্দু থেকে s দূরত্বে গিয়ে থাকে, তবে দেখাও

যে,  $t = \sqrt{\frac{2(f_1 + f_2)s}{f_1 f_2}}$ ।  $৫$

অথবা, ক. একটি পাথর কুয়ার ভিতর ফেলার  $t$  সময় পরে পানিতে এর পতন শব্দ শোনা গেল। শব্দের বেগ  $v$  এবং কুয়ার উচ্চতা  $h$ । বাতাসের বাধা অগ্রাহ্য করে, প্রমাণ কর যে,  $(2h - gt^2)v^2 + 2ghvt = gh^2$ ।

খ. দেখাও যে, নির্দিষ্ট বেগে শূন্যে নিক্ষেপিত বস্তুর গতিপথের সমীকরণ

$$y = x \tan \alpha \left(1 - \frac{x}{R}\right), \text{ যেখানে নিক্ষেপণ কোণ } \alpha \text{ এবং পাল্লা}$$

$R$ ।

#### ঙ-বিভাগ: যোগাশ্রয়ী প্রোগ্রাম

৭. লেখচিত্রের সাহায্যে  $z = 2y - x$  এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর: ৫

সীমাবদ্ধতাগুলো :  $3y - x \leq 10$

$$x + y \leq 6$$

$$x - y \leq 2$$

$$\text{এবং } x \geq 0, y \geq 0$$

অথবা, এক ব্যক্তি 500 টাকার মধ্যে কমপক্ষে 6 খানা গামছা এবং 4 খানা তোয়ালে কিনতে চায়। প্রতিখানা গামছার দাম 30 টাকা এবং প্রতিখানা তোয়ালের দাম 40 টাকা। প্রত্যেক প্রকারের কতখানা জিনিস কিনলে সে প্রদত্ত শর্তাধীনে সর্বাপেক্ষা বেশি সংখ্যক জিনিস কিনতে পারবে?

#### চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও: ৫ × ২ = ১০

ক. দুইজন ক্রিকেট খেলোয়াড়ের 10 ইনিংসের স্কোর দেয়া হলো। তাদের দক্ষতা তুলনা কর।

ক্রিকেটার A	110	45	0	31	70	100	130	8	0	10
ক্রিকেটার B	16	25	18	30	10	50	24	21	32	20

খ. দুইটি বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাব্যতার সংযোগ সূত্রটি বর্ণনা ও প্রমাণ কর।

গ. অমলের বাংলা পরীক্ষায় ফেল করার সম্ভাবনা  $\frac{1}{5}$ , বাংলা এবং ইংরেজী দুইটিতেই পাসের সম্ভাবনা  $\frac{3}{4}$  এবং দুইটির যে কোন একটিতে পাসের সম্ভাবনা  $\frac{7}{8}$  হলে, তার কেবল ইংরেজীতে পাসের সম্ভাবনা কত?

উত্তরমালা

১. (গ)  $\pm(1 - 3i)$

২. (গ)  $3^{n+1} - 2^{n+1}$

৩. (ক)  $(x - y)^2 + 2x - 6y + 3 = 0, x - y + 2 = 0, \sqrt{2}, x + y = 0$

(খ)  $(3, -1), (1, -1); \frac{8}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, x - 7 = 0, x + 3 = 0$

(গ)  $\frac{5x^2}{36} - \frac{y^2}{4} = 1.$

৪. (খ)  $2n\pi, \frac{2}{3}(n\pi + \frac{\pi}{4})$

(গ)  $\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{8}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}$

৭. (ক)  $Z_{\min} = -2$

অথবা, গামছার সংখ্যা = 11, তোয়ালের সংখ্যা = 4.

৮. (ক) ক্রিকেটার B এর রানের বিভেদাঙ্ক কম অর্থাৎ তার ব্যাটিং দক্ষতা

বেশি। (গ)  $\frac{3}{40}$

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 8 \end{bmatrix}$  ও  $B = \begin{bmatrix} -11 & 2 & 2 \\ -4 & 0 & 1 \\ 6 & -1 & -1 \end{bmatrix}$  হলে AB ও BA

নির্ণয় করে A ও B ম্যাট্রিক্সের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. প্রমাণ কর যে,  $\begin{vmatrix} b^2+c^2 & ab & ca \\ ab & c^2+a^2 & bc \\ ca & bc & a^2+b^2 \end{vmatrix} = 4a^2b^2c^2$ .

গ.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  হলে  $A^{-1}$  নির্ণয় কর।

২. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. Postage শব্দটির অক্ষরগুলি কত রকমে সাজানো যায় যেন স্বরবর্ণগুলি জোড় স্থান দখল করে? শব্দটির অক্ষরগুলি কত প্রকারে সাজানো যায় যাতে ব্যঞ্জনবর্ণগুলি একত্রে থাকবে?

খ. দেখাও যে, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 সে.মি. দীর্ঘ সাতটি সরলরেখা থেকে চারটি করে নিয়ে 32টি চতুর্ভুজ তৈরি করা যাবে।

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৩. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ।

খ. দুইটি ভেক্টর  $\vec{A} = 2\hat{i} - 6\hat{j} - 3\hat{k}$  এবং  $B = 4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$  দ্বারা গঠিত সমতলের ওপর একটি একক লম্ব ভেক্টর নির্ণয় কর।

৪. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক.  $\Delta OAB$  এর শীর্ষত্রয় যথাক্রমে  $(0, 0)$ ,  $(a \cos \beta, -a \sin \beta)$  এবং  $(a \sin \alpha, a \cos \alpha)$  দেখাও যে,  $\alpha = \beta$  হলে, ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফলের মান বৃহত্তম হবে। বৃহত্তম মানটি নির্ণয় কর।

খ. একটি সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর যা অক্ষদ্বয়ের সাথে 8 বর্গ একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ত্রিভুজ উৎপন্ন করে এবং মূলবিন্দু হতে উক্ত রেখার উপর অংকিত লম্ব  $x$  অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে  $45^\circ$  কোণ উৎপন্ন করে।

গ. এরূপ বৃত্তের সমীকরণ নির্ণয় কর যা  $y$  অক্ষকে  $(0, \sqrt{3})$  বিন্দুতে স্পর্শ করে এবং  $(-1, 0)$  বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে। এর কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

ঘ.  $(-5, 4)$  বিন্দু হতে  $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$  বৃত্তের ওপর অংকিত স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

৫. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. একটি ত্রিভুজের কোণগুলি সমান্তর প্রগমণ শ্রেণিভুক্ত। এর বৃহত্তম ও ক্ষুদ্রতম কোণ দুইটিকে যথাক্রমে রেডিয়ানে ও ডিগ্রীতে প্রকাশ করলে এদের অনুপাত হয়  $\pi : 90$ ; কোণগুলির পরিমাপকে রেডিয়ানে নির্ণয় কর।

খ. যদি  $\tan^2 \theta = 1 - e^2$  হয়, তবে দেখাও যে,

$$\sec \theta + \tan^3 \theta \operatorname{cosec} \theta = (2 - e^2)^{\frac{3}{2}}$$

গ. লেখচিত্র অংকন কর:  $y = \sin 3x$ ; ( $x = 0$  হতে  $x = 2\pi$  পর্যন্ত)

৬. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ২ = ১০$

ক. যদি  $A \neq B$  এবং  $\sin A + \cos A = \sin B + \cos B$  হয়, তবে প্রমাণ কর যে,  $A + B = \frac{\pi}{2}$ .

খ. প্রমাণ কর যে,  $\sec x = \frac{2}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + 2 \cos 4x}}}$ .

গ. ABC ত্রিভুজের বাহুগুলি  $a, b, c$  এবং  $(a + b + c)(b + c - a) = 3bc$  হলে A কোণের মান নির্ণয় কর।

ঘ-বিভাগ: ক্যালকুলাস

৭. যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ১ = ৫$

ক. যদি  $f(x) = \cos(\ln x)$  হয়, তবে  $f(x)f(y) - \frac{1}{2} \left\{ f\left(\frac{x}{y}\right) + f(xy) \right\}$  এর মান নির্ণয় কর।

খ. মনে কর, বাস্তব সংখ্যার সেট R এবং  $f: R \rightarrow R$  কে নীচের সূত্র দ্বারা সংজ্ঞায়িত করা হলো:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{hw } x > 3 \\ x^2 - 2 & \text{hw } -2 \leq x \leq 3; \\ 2x + 3 & \text{hw } x < -2 \end{cases}$$

মান নির্ণয় কর :

ক)  $f(2)$  খ)  $f(4)$  গ)  $f(-1)$  ঘ)  $f(-3)$  ঙ)  $f(0)$

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

৮. যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $৫ \times ৩ = ১৫$

ক. মান নির্ণয় কর:  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^{\frac{5}{2}} - a^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x} - \sqrt{a}}$

অথবা, মূল নিয়মে  $a^x$  এর অন্তরজ নির্ণয় কর।

খ.  $x$  এর শ্রেণিতে অন্তরজ সহগ নির্ণয় করঃ (যে কোন ২টি)  $2x \times 2^{\frac{1}{2}} = ৫$

i)  $\log_x a$  ii)  $2x^\circ \cos 3x^\circ$   
iii)  $e^{x^2} + x^{x^2}$  iv)  $x^y = e^{x^y}$

গ.  $y = \sqrt{4 + 3 \sin x}$  হলে দেখাও যে,  $2y \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + y^2 = 4$ .

অথবা,  $x^3 + xy^2 - 3x^2 + 4x + 5y + 2 = 0$  বক্ররেখার  $(1, -1)$  বিন্দুতে স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরণ নির্ণয় কর।

ঘ. যে কোন ২টি প্রশ্নের উত্তর দাও :  $২ \times ২^{\frac{1}{2}} = ৫$

(i)  $\int \sin^2 x \cos^2 x \, dx$  (ii)  $\int \frac{x \, dx}{\sqrt{1-x}}$

(iii)  $\int_1^{4 \ln x} \frac{1}{\sqrt{x}} \, dx$  (iv)  $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} \, dx$

অথবা,  $y^2 = 4ax$  এবং  $x^2 = 4ay$  পরাবৃত্ত দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

$$১. (ক) AB = BA = I_3 \quad (গ) \begin{bmatrix} -\frac{5}{13} & \frac{2}{13} & \frac{6}{13} \\ \frac{7}{13} & \frac{5}{13} & -\frac{11}{13} \\ \frac{1}{13} & -\frac{3}{13} & \frac{4}{13} \end{bmatrix}$$

$$২. (ক) 144, 576$$

$$৩. (খ) \pm \frac{1}{7} (3\hat{i} - 2\hat{j} + 6\hat{k})$$

$$৪. (ক) \frac{1}{2} a^2 \text{ বর্গ একক } (খ) x + y = 4$$

$$(গ) x^2 + y^2 + 4x - 2\sqrt{3}y + 3 = 0; (-2, \sqrt{3}); 2 \text{ একক}$$

$$(ঘ) y = 4, 3x + 4y = 1.$$

$$৫. \frac{2\pi^c}{9}, \frac{\pi}{3} \text{ এবং } \frac{4\pi^c}{9}$$

$$৬. (গ) 60^\circ$$

$$৭. (ক) 0 \quad (খ) ক. 2 খ. 11 গ. -1 ঘ. -3 ঙ. -2$$

$$৮. (ক) 5a^2 \text{ অথবা, } a^x \ln(a) \quad (খ) (i) -\frac{\log a}{x(\log x)^2}$$

$$(ii) \frac{\pi}{90} \left( \cos \frac{\pi x}{60} - \frac{\pi x}{60} \sin \frac{\pi x}{60} \right) \quad (iii) 2x e^{x^2} + x^{x^2+1} (1 + 2 \ln x)$$

$$(iv) \frac{x-y}{x(\ln x - 1)} \quad (গ) \text{ অথবা, } 2x + 3y + 1 = 0, 3x - 2y - 5 = 0$$

$$(ঘ) (i) \frac{1}{8} \left( x - \frac{1}{4} \sin 4x \right) + c \quad (ii) -\frac{2}{3} (x+2) \sqrt{1-x} + c$$

$$(iii) 8 \ln 2 - 4 \quad (iv) \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \ln 2 \text{ অথবা, } \frac{16}{3} a^2$$

### ৭৪. আইডিয়াল স্কুল এন্ড কলেজ, মতিঝিল, ঢাকা

বিষয় কোড : 

২	৬	৬
---	---	---

সময় — ৩ ঘণ্টা

উচ্চতর গণিত (তৃতীয়) : দ্বিতীয় পত্র

পূর্ণমান — ৭৫

[বি. দ্র. দক্ষিণ পার্শ্বস্থ সংখ্যামান প্রশ্নের পূর্ণমান জ্ঞাপক।]

#### ক-বিভাগ: বীজগণিত

$$১. \text{ যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:} \quad ৫ \times ২ = ১০$$

$$ক. |x-1| < \frac{1}{10} \text{ হলে, দেখাও যে, } |x^2-1| < \frac{21}{100}$$

$$খ. z = x + iy, \text{ এবং } |2z-1| = |z-2| \text{ হলে,} \\ \text{প্রমাণ কর যে, } x^2 + y^2 = 1.$$

$$গ. \text{ যদি } x_1 : x_2 = (a + ib) : (c + id) \text{ হয়, তবে প্রমাণ কর যে,} \\ (c^2 + d^2)x_1^2 - 2(ac + bd)x_1x_2 + (a^2 + b^2)x_2^2 = 0.$$

$$২. \text{ যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:} \quad ৫ \times ২ = ১০$$

$$ক. ax^2 + bx + c = 0 \text{ সমীকরণের মূলদ্বয় } \alpha \text{ ও } \beta \text{ এবং অশূন্য হলে,} \\ \text{প্রমাণ কর যে, } (a\alpha + b)^{-2} + (a\beta + b)^{-2} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2c^2}.$$

$$খ. \text{ যদি } (a + 3x)^n \text{ এর বিস্তৃতিতে প্রথম তিনটি পদ যথাক্রমে } b, \frac{21}{2} bx \\ \text{ও } \frac{189}{4} bx^2 \text{ হয়, তাহলে } a, b \text{ এবং } n \text{ এর মান বের কর।}$$

$$গ. \frac{x}{(1-4x)(1-5x)} \text{ এর বিস্তৃতিতে } x^n \text{ এর সহগ নির্ণয় কর।}$$

#### খ-বিভাগ: জ্যামিতি

$$৩. \text{ যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:} \quad ৫ \times ২ = ১০$$

$$ক. (-1, 1) \text{ উপকেন্দ্র এবং } x + y + 1 = 0 \text{ দিকাক্ষবিশিষ্ট পরাবৃত্তের} \\ \text{সমীকরণ নির্ণয় কর। পরাবৃত্তের অক্ষের সমীকরণ এবং} \\ \text{উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য ও এর সমীকরণ নির্ণয় কর।}$$

$$খ. \text{ উপবৃত্তের অক্ষদ্বয়কে } x \text{ ও } y \text{ অক্ষরেখা ধরে উপবৃত্তের সমীকরণ} \\ \text{নির্ণয় কর, যার উৎকেন্দ্রিকতা } \frac{1}{3} \text{ এবং উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য } \frac{1}{8}।$$

$$গ. x^2 - 3y^2 - 2x = 8 \text{ অধিবৃত্তের উৎকেন্দ্রিকতা অক্ষের দৈর্ঘ্য এবং} \\ \text{কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।}$$

#### গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি

$$৪. \text{ যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:} \quad ৫ \times ২ = ১০$$

$$ক. \text{ প্রমাণ কর যে, } 2 \tan^{-1} \left\{ \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{\theta}{2} \right\} = \cos^{-1} \frac{b+a \cos \theta}{a+b \cos \theta}$$

$$খ. \text{ সমাধান কর : } \sqrt{3} \cos x + \sin x = 1, \text{ যখন } -2\pi < x < 2\pi.$$

$$গ. \text{ সমাধান কর : } \cos 7\theta = \cos 3\theta + \sin 5\theta, \text{ যখন } -90^\circ < \theta < 90^\circ.$$

#### ঘ-বিভাগ (স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা)

$$৫. \text{ বলের ত্রিভুজ সূত্র বর্ণনাসহ প্রমাণ কর।} \quad ৫ \\ \text{অথবা, দুইটি বিসদৃশ অসমান সমান্তরাল বলের লব্ধির মান ও ক্রিয়াবিন্দু নির্ণয়} \\ \text{কর।}$$

$$৬. \text{ একই অনুভূমিক রেখায় } c \text{ একক দূরত্বে অবস্থিত দুইটি বিন্দুতে } l \\ \text{একক দীর্ঘ একটি সরু রশির প্রান্তদ্বয় বাঁধা আছে। অবাধে ঝুলানো } w \\ \text{একক ওজনবিশিষ্ট একটি বস্তকে বহন করে এমন একটি মসৃণ} \\ \text{ওজনবিহীন আঁটা ঐ রশির উপর দিয়ে গড়িয়ে যাচ্ছে। দেখাও যে,} \\ \text{রশির টান } \frac{lw}{2\sqrt{l^2 - c^2}}. \quad ৫$$

$$\text{অথবা, } O \text{ বিন্দুটি } ABC \text{ ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র এবং } AO \text{ বরাবর } P \text{ মানের বলটি} \\ \text{ক্রিয়া করেছে। দেখাও যে, } B \text{ ও } C \text{ বিন্দুতে ক্রিয়ারত } P \text{ বলের} \\ \text{সমান্তরাল অংশদ্বয়ের অনুপাত } \sin 2B. \sin 2C.$$

$$৭. \text{ সচরাচর সংকেতমালায় ক্যালকুলাস পদ্ধতিতে প্রমাণ কর যে,} \\ v^2 = u^2 + 2fs. \quad ৫$$

$$\text{অথবা, প্রমাণ কর যে, বায়ুহীন অবস্থায় শূন্যে নিক্ষেপ্ত বস্তকণার গতিপথ একটি} \\ \text{পরাবৃত্ত।}$$

$$৮. \text{ দুইটি রেলগাড়ি একই সরল রেলপথে } u_1 \text{ এবং } u_2 \text{ গতিবেগে} \\ \text{পরস্পরের দিকে অগ্রসর হচ্ছে। এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব যখন } x \text{ তখন} \\ \text{পরস্পরকে দেখতে পায়। ব্রেক প্রয়োগ করে রেলগাড়ী দুইটি যদি} \\ \text{যথাক্রমে সর্বোচ্চ } f_1 \text{ এবং } f_2 \text{ মন্দন সৃষ্টি করে, তবে প্রমাণ কর যে,} \\ \text{কোনো রকমে সংঘর্ষ এড়ানো সম্ভব যদি } u_1^2 f_2 + u_2^2 f_1 = 2f_1 f_2 x \text{ হয়। } ৫ \\ \text{অথবা, একজন খেলোয়াড় } 3.5 \text{ মিটার উচ্চতা হতে ভূমির সাথে } 30^\circ \text{ কোণে} \\ \text{৭.৪ মিটার/সেকেন্ড বেগে একটি বল নিক্ষেপ করে এবং অপর একজন}$$

খেলোয়াড় 2.1 মিটার উচ্চতায় বলটি ধরে ফেলে। খেলোয়াড় দু'জন পরস্পর কত দূরে ছিল?

ঙ-বিভাগ: যোগাশয়ী প্রোগ্রাম

৯. নিম্নলিখিত যোগাশয়ী প্রোগ্রামটি লেখচিত্রের সাহায্যে সমাধান কর: ৫

$$F = 12x + 10y \text{ এর সর্বোচ্চকরণ কর।}$$

$$\text{সীমাবদ্ধতাঃ } 2x + y \leq 90, x + 2y \leq 80, x + y \leq 50, x \geq 0, y \geq 0.$$

অথবা,

এক ব্যক্তি 1200 টাকা দিয়ে মাছের পোনা কিনতে চায়। 100 রুই মাছের পোনার দাম 60 টাকা এবং 100 কাতল মাছের পোনার দাম 30 টাকা হলে, তিনি কোন মাছের কত পোনা কিনতে পারবেন যার মোট সংখ্যা সর্বাধিক 3000 হবে।

চ-বিভাগ: পরিসংখ্যান

১০. যে কোনো দুইটি প্রশ্নের উত্তর দাও:  $5 \times 2 = 10$

ক. অবর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার সংযোগসূত্র লিখ এবং প্রমাণ কর।

খ. আলমের বাংলা পরীক্ষায় ফেল করার সম্ভাবনা  $\frac{1}{5}$ , বাংলা এবং

ইংরেজিতে দুইটিতেই পাসের সম্ভাবনা  $\frac{3}{4}$  এবং দুইটির যে কোনো

একটিতে পাসের সম্ভাবনা  $\frac{7}{8}$  হলে, তার কেবল ইংরেজিতে পাসের সম্ভাবনা কত?

গ. নিচের তথ্য হতে পরিমিত ব্যবধান ও ভেদাঙ্ক নির্ণয় করঃ

শ্রেণি ব্যাপ্তি	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
গণসংখ্যা	7	10	15	13	9	6

উত্তরমালা

২. (খ) 2, 128 ও 7 (গ)  $5^n - 4^n$

৩. (ক)  $(x - y)^2 + 2x - 6y + 3 = 0, x - y + 2 = 0, \sqrt{2}, x + y = 0$

(খ)  $\frac{16384}{81}x^2 + \frac{2048}{9}y^2 = 1$  (গ)  $e = \frac{2}{\sqrt{3}}, 2a = 6, 2b = 2\sqrt{3}, (1, 0)$

৪. (খ)  $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}$

(গ)  $-75^\circ, -72^\circ, -36^\circ, -15^\circ, 0^\circ, 36^\circ$  এবং  $72^\circ$

৮. অথবা, 10.44 মিটার (প্রায়)

৯.  $x = 40, y = 10, Z_{\max} = 580$  অথবা, রুই মাছের পোনা 1000, কাতল মাছের পোনা 2000

১০. (খ)  $\frac{3}{40}$  (গ) 73.77; 5442.013